

ROZWIĄZANIA ĆWICZEŃ

PODSTAWOWE POJĘCIA LOGIKI KWANTYFIKATORÓW

Ćwiczenie 16.I.

Dziedzina: politycy

a : Andrzej Lepper
 j : Jerzy Urban
 m : Jan Maria Rokita
 r : Roman Giertych

Ax : x jest ambitny
 Ix : x jest inteligentny
 Px : x jest poczciwy
 Wx : x jest wygadany

- (a) Andrzej Lepper jest wygadany.
- (b) Wygadany jest też Roman Giertych.
- (c) Jan Maria Rokita jest ambitny.
- (d) Ambicji nie brak też Jerzemu Urbanowi.
- (e) Jerzy Urban jest jednak przede wszystkim inteligentny.
- (f) Andrzej Lepper jest ambitny.
- (g) Również Roman Giertych jest ambitny.
- (h) Andrzej Lepper jest poczciwym człowiekiem.
- (i) Roman Giertych jest kwintesencją poczciwości.

Wa

Wr

Am

Aj

Ij

Aa

Ar

Pa

Pr

Ćwiczenie 15.II.

Dokonaj symbolizacji następujących zasłyszanych opinii jako zdań skwantyfikowanych w oparciu o podaną legendę. Uwaga: Niekiedy nie można oddać pełnej treści tych zdań – chodzi tylko o ujęcie ich jako prostych zdań skwantyfikowanych. Zaznacz wyrażenia w języku polskim odpowiadające kwantyfikatorom.

Dziedzina: politycy

Ix : x jest inteligentny

Ox : x jest oszustem

Ux : x jest uczciwy

Wx : x jest wygadany

(a)	Wszyscy politycy to oszuści.	$\forall x Ox$
(b)	Politycy to banda oszustów.* *Jest to zdanie z ukrytym kwantyfikatorem. Zdań takich, jak „Politycy to oszuści” należy unikać, bo nie wiadomo, jak je odczytywać, czy jako „Wszyscy politycy to oszuści”, czy jako „Niektórzy politycy to oszuści”. W tym wypadku jednak dodatek ‘to banda’ dość jednoznacznie sugeruje pierwszą interpretację.	$\forall x Ox$
(c)	Rzadko zdarzają się wśród polityków osoby uczciwe.	$\exists x Ux$
(d)	Niektórzy politycy są oszustami.	$\exists x Ox$
(e)	Dowolnie wybrany polityk będzie zawsze oszustem.	$\forall x Ox$
(f)	Politycy są – bez wyjątku – inteligentni.	$\forall x Ix$
(g)	Bywają inteligentni politycy.	$\exists x Ix$
(h)	Każdy polityk jest wygadany.	$\forall x Wx$
(i)	Pewien polityk jest uczciwy.	$\exists x Ux$
(j)	Przynajmniej jeden polityk jest inteligentny.	$\exists x Ix$

Ćwiczenie 16.III.

Dziedzina: politycy

a : Andrzej Lepper

j : Jerzy Urban

m : Jan Maria Rokita

r : Roman Giertych

Ix : x jest inteligentny

Ox : x jest oszustem

Ux : x jest uczciwy

Wx : x jest wygadany

(a)	Andrzej Lepper jest wygadany i inteligentny.	$Wa \bullet Ia$
(b)	Andrzej Lepper jest wygadany, ale nie jest inteligentny.	$Wa \bullet \sim Ia$
(c)	Jeżeli Roman Giertych jest inteligentny, to Andrzej Lepper też jest inteligentny.	$Ir \rightarrow Ia$
(d)	Roman Giertych jest oszustem wtedy i tylko wtedy, gdy nie jest uczciwy.	$Or \equiv \sim Ur$
(e)	Ani Jan Maria Rokita, ani Jerzy Urban nie są oszustami.	$\sim Om \bullet \sim Oj$ $\sim (Om \vee Oj)$
(f)	Jan Maria Rokita i Jerzy Urban nie są obaj uczciwi.	$\sim (Um \bullet Uj)$ $\sim Um \vee \sim Uj$
(g)	Jeżeli ani Andrzej Lepper ani Roman Giertych nie są oszustami, a Jan Maria Rokita jest uczciwy, to oszustem jest Jerzy Urban.	$((\sim Oa \bullet \sim Or) \bullet Um) \rightarrow Oj$

- (h) Albo Roman Giertych jest uczciwy, albo zarówno jest inteligentny i nad wyraz wygadany, jak i jest zwyczajnym oszustem.
- (i) Wszyscy czterej (Andrzej Lepper, Jerzy Urban, Jan Maria Rokita, Roman Giertych) są inteligentni.
- (j) Któryś spośród nich czterech jest oszustem

$$Ur \vee ((Ir \bullet Wr) \bullet Or)$$

$$(Ia \bullet Ij) \bullet (Im \bullet Ir)$$

$$(Oa \vee Oj) \vee (Om \vee Or)$$

Ćwiczenie 15.IV.

(a) $\sim \forall x Nx$

- (a₁) Nie wszyscy pójdą do nieba.
 (a₂) Nie wszystkie liczby są nieparzyste.
 (a₃) Nie wszyscy politycy mają niewyparzone języki.
 (a₄) Nie wszystkie podręczniki są nudne.

(b) $\sim \forall x Px$

- (b₁) Nie wszyscy pójdą do piekła.
 (b₂) Nie wszystkie liczby są parzyste.
 (b₃) Nie wszyscy politycy są podstępni.
 (b₄) Nie wszystkie podręczniki są przystępne.

(c) $\exists x \sim Px$

- (c₁) Ktoś nie pójdzie do piekła.
 (c₂) Pewna liczba nie jest parzysta.
 (c₃) Niektórzy politycy nie są podstępni.
 (c₄) Istnieją podręczniki, które nie są przystępne.

(d) $\forall x (Nx \vee Px)$

- (d₁) Wszyscy pójdą albo do nieba albo do piekła.
 (d₂) Wszystkie liczby są albo nieparzyste albo parzyste.
 (d₃) Wszyscy politycy albo mają niewyparzone języki, albo są podstępni.
 (d₄) Wszystkie podręczniki są albo nudne albo przystępne.

(e) $\forall x Nx \vee \forall x Px$

- (e₁) Albo wszyscy pójdą do nieba, albo wszyscy pójdą do piekła.
 (e₂) Albo wszystkie liczby są nieparzyste, wszystkie liczby są parzyste.
 (e₃) Albo wszyscy politycy mają niewyparzone języki, albo wszyscy politycy są podstępni.
 (e₄) Albo wszystkie podręczniki są nudne, albo wszystkie podręczniki są przystępne.

(f) $\forall x Nx \rightarrow \sim \forall x Px$

- (f₁) Jeżeli wszyscy pójdą do nieba, to nie wszyscy pójdą do piekła.
 (f₂) Jeżeli wszystkie liczby są nieparzyste, to nie wszystkie liczby są parzyste.
 (f₃) Jeżeli wszyscy politycy mają niewyparzone języki, to nie wszyscy politycy są podstępni.
 (f₄) Jeżeli wszystkie podręczniki są nudne, to nie wszystkie podręczniki są przystępne.

(g) $\exists x (Nx \bullet Px)$

- (g₁) Niektórzy pójdą zarówno do nieba, jaki i do piekła.
 (g₂) Niektóre liczby są zarówno nieparzyste, jaki i parzyste.
 (g₃) Niektórzy politycy zarówno mają niewyparzone języki, jaki i są podstępni.
 (g₄) Niektóre podręczniki są zarówno nudne, jaki i przystępne.

(h) $\exists x Nx \bullet \exists x Px$

- (h₁) Niektórzy pójdą do nieba, a niektórzy – do piekła.

- (h₂) Niektóre liczby są nieparzyste, a niektóre – parzyste.
 (h₃) Niektórzy politycy mają niewyparzone języki, a niektórzy są podstępni.
 (h₄) Niektóre podręczniki są nudne, a niektóre – przystępne.

(i) $\exists x \sim Px \rightarrow \sim \forall x Px$

- (i₁) Jeżeli ktoś nie pójdzie do piekła, to nie wszyscy pójdą do piekła.
 (i₂) Jeżeli pewne liczby nie są parzyste, to nie wszystkie liczby są parzyste.
 (i₃) Jeżeli niektórzy politycy nie są podstępni, to nie wszyscy politycy są podstępni.
 (i₄) Jeżeli niektóre podręczniki nie są przystępne, to nie wszystkie podręczniki są przystępne.

Ćwiczenie 15.V.

(a) $\sim \forall x Nx$

(b) $\sim \exists x Px$

(c) $\exists x \sim Px$

(d) $\forall x (Nx \vee Px)$

(e) $\forall x Nx \vee \forall x Px$

(f) $\forall x Nx \rightarrow \sim \forall x Px$

(g) $\exists x (Nx \bullet Px)$

(h) $\exists x Nx \bullet \exists x Px$

(i) $\exists x \sim Px \rightarrow \sim \forall x Px$

(a) $\sim \forall x \sim Nx$

(b) $\sim \forall x \sim Nx \bullet \exists x \sim Px$

(c) $\sim (\forall x \sim Nx \bullet \exists x \sim Px)$

(d) $\sim (\forall x \sim Nx \bullet (\exists x \sim Px) \rightarrow \sim \forall x Px)$

(e) $\exists x \sim (Nx \bullet Px)$

(f) $\forall x (\sim (Nx \bullet Px) \rightarrow (Px \rightarrow Nx))$

(g) $\forall x (\sim (Nx \bullet Px) \rightarrow (Px \rightarrow Nx)) \equiv \forall x Px$

(h) $\forall x \sim ((\sim (Nx \bullet Px) \rightarrow (Px \rightarrow Nx)) \equiv Px)$

Ćwiczenie 15.VI.

Ustal, które zmienne są wolne. W wypadku zmiennych wolnych zamień zmienne, tak aby różniły się kształtem od zmiennych związanych:

(a) $\exists y Qy \rightarrow Ry$

$\exists y Qy \rightarrow Rx$

(b) $\sim \forall x (Px \rightarrow Rx) \vee \sim Px$

$\sim \forall x (Px \rightarrow Rx) \vee \sim Py$

(c) $\sim \forall x (Px \rightarrow Rx) \vee \sim (\forall x Px \rightarrow Rx)$

$\sim \forall x (Px \rightarrow Rx) \vee \sim (\forall x Px \rightarrow Ry)$

(d) $\exists x (Px \equiv \sim Qx) \vee (Rx \equiv \sim Px)$

$\exists x (Px \equiv \sim Qx) \vee (Ry \equiv \sim Py)$

(e) $\sim (\forall x \sim Qx \bullet \sim Px) \rightarrow \sim \forall x Px$

$\sim (\forall x \sim Qx \bullet \sim Py) \rightarrow \sim \forall x Px$

(f) $(\sim \forall x \sim Qx \bullet \sim Px) \rightarrow \sim \forall x (Px \bullet Qx)$

$(\sim \forall x \sim Qx \bullet \sim Py) \rightarrow \sim \forall x (Px \bullet Qx)$

(g) $\exists x Px \equiv (\sim Qx \rightarrow (Rx \equiv \sim Px))$

$\exists x Px \equiv (\sim Qy \rightarrow (Ry \equiv \sim Py))$