

ROZWIĄZANIA ĆWICZEŃ

9. INNE ZASTOSOWANIA

Ćwiczenie „Kontrprzykłady – 1”

Ustal, przy których podstawieniach, otrzymane wnioskowanie jest kontrprzykładem dla wnioskowania (1). Podaj jeszcze dwa podstawienia tego schematu wnioskowania, z których przynajmniej jedno byłoby kontrprzykładem.

Podstawienia	Przesłanka: $p \rightarrow \sim q$	Przesłanka: $\sim q$	Wniosek: p	
\cap	\cap	\cap	\cap	
p : JFK został zamordowany q : JFK żyje	Jeżeli JFK został zamordowany, to nie żyje <input type="radio"/> prawdziwe <input type="radio"/> fałszywe	JFK nie żyje <input type="radio"/> prawdziwe <input type="radio"/> fałszywe	JFK został zamordowany <input type="radio"/> prawdziwe <input type="radio"/> fałszywe	<input checked="" type="checkbox"/> kontrprzykład
p : Brad Pitt został zamordowany q : Brad Pitt (BP) żyje	Jeżeli BP został zamordowany, to nie żyje <input type="radio"/> prawdziwe <input type="radio"/> fałszywe	BP nie żyje <input type="radio"/> prawdziwe <input checked="" type="radio"/> fałszywe	BP został zamordowany <input type="radio"/> prawdziwe <input checked="" type="radio"/> fałszywe	<input checked="" type="checkbox"/> kontrprzykład
\cap	\cap	\cap	\cap	
p : Marilyn Monroe była blondynką q : MM była łysa	Jeżeli MM była blondynką, to nie była łysa. <input type="radio"/> prawdziwe <input type="radio"/> fałszywe	MM nie była łysa <input type="radio"/> prawdziwe <input type="radio"/> fałszywe	MM była blondynką. <input type="radio"/> prawdziwe <input type="radio"/> fałszywe	<input checked="" type="checkbox"/> kontrprzykład
p : John Travolta jest blondynem. q : JT jest łysy	Jeżeli JT jest blondynem, to nie jest łysy. <input type="radio"/> prawdziwe <input type="radio"/> fałszywe	JT nie jest łysy. <input type="radio"/> prawdziwe <input type="radio"/> fałszywe	JT jest blondynem. <input type="radio"/> prawdziwe <input checked="" type="radio"/> fałszywe	<input checked="" type="checkbox"/> kontrprzykład
\cap	\cap	\cap	\cap	
p : Lassie jest psem. q : Lassie jest owadem.	Jeżeli Lassie jest psem, to nie jest owadem. <input type="radio"/> prawdziwe <input type="radio"/> fałszywe	Lassie nie jest owadem. <input type="radio"/> prawdziwe <input type="radio"/> fałszywe	Lassie jest psem. <input type="radio"/> prawdziwe <input type="radio"/> fałszywe	<input checked="" type="checkbox"/> kontrprzykład
p : Lassie jest psem. q : Lassie jest ssakiem.	Jeżeli Lassie jest psem, to nie jest ssakiem. <input type="radio"/> prawdziwe <input checked="" type="radio"/> fałszywe	Lassie nie jest ssakiem. <input type="radio"/> prawdziwe <input checked="" type="radio"/> fałszywe	Lassie jest psem. <input type="radio"/> prawdziwe <input type="radio"/> fałszywe	<input checked="" type="checkbox"/> kontrprzykład
\cap	\cap	\cap	\cap	
p : AB dostał bdb z logiki q : AB oblał logikę	Jeżeli AB dostał bdb z logiki, to nie oblał logiki. <input type="radio"/> prawdziwe <input type="radio"/> fałszywe	AB nie oblał logiki. <input type="radio"/> prawdziwe <input type="radio"/> fałszywe	AB dostał bdb z logiki. <input type="radio"/> prawdziwe <input checked="" type="radio"/> fałszywe	<input checked="" type="checkbox"/> kontrprzykład
p : 5 jest mniejsze od 3 q : 5 jest równe 3	Jeżeli 5 jest mniejsze od 3, to 5 nie jest równe 3. <input type="radio"/> prawdziwe <input type="radio"/> fałszywe	5 nie jest równe 3. <input type="radio"/> prawdziwe <input type="radio"/> fałszywe	5 jest mniejsze od 3. <input type="radio"/> prawdziwe <input checked="" type="radio"/> fałszywe	<input checked="" type="checkbox"/> kontrprzykład
\cap	\cap	\cap	\cap	

9.1.2. Logiczna nieprawidłowość wnioskowań

p	q	$p \rightarrow \sim q$			$\sim q$		p	
1	1	$1 \rightarrow \sim 1$	$1 \rightarrow 0$	0	~ 1	0	1	<input type="checkbox"/> kontrprzykład
1	0	$1 \rightarrow \sim 0$	$1 \rightarrow 1$	1	~ 0	1	1	<input type="checkbox"/> kontrprzykład
0	1	$0 \rightarrow \sim 1$		1	~ 1	0	0	<input type="checkbox"/> kontrprzykład
0	0	$0 \rightarrow \sim 0$		1	~ 0	1	0	<input checked="" type="checkbox"/> kontrprzykład

Schemat wnioskowania

$$\frac{p \rightarrow \sim q \quad \sim q}{p}$$

jest logicznie nieprawidłowy, gdyż istnieje taki rząd matrycy logicznej dla tego schematu, w którym podstawienia wszystkich przesłanek są prawdziwe, a podstawienia wniosku – fałszywe.

Ćwiczenie “Logiczna nieprawidłowość”

Wykaż, że następujące schematy wnioskowań są logicznie nieprawidłowe:

(1)
$$\frac{p \rightarrow q \quad p \vee q}{p \bullet q}$$

(2)
$$\frac{p \equiv \sim q \quad q}{p}$$

(3)
$$\frac{p \rightarrow (q \rightarrow r) \quad \sim r}{\sim p}$$

(4)
$$\frac{p \rightarrow q \quad q \rightarrow r}{q \bullet r}$$

Ćwiczenie “Logiczna prawidłowość «na sucho»”

Dane są niżej matryce logiczne pewnych schematów wnioskowań. Stwierdź, które z reprezentowanych przez te matryce schematów są logicznie prawidłowe, a które logicznie nieprawidłowe:

(a)

	Przesłanka 1	Przesłanka 2	Wniosek	Czy jest to kontrprzykład?	
1	1	1	1	<input type="radio"/> tak	<input checked="" type="radio"/> nie
2	0	0	1	<input type="radio"/> tak	<input checked="" type="radio"/> nie
3	1	1	0	<input checked="" type="radio"/> tak	<input type="radio"/> nie
4	1	0	1	<input type="radio"/> tak	<input checked="" type="radio"/> nie

Schemat reprezentowany przez tę matrycę logiczną jest:

- logicznie prawidłowy, ponieważ nie istnieje rząd kontrprzykładów
- logicznie nieprawidłowy, ponieważ istnieje przynajmniej jeden rząd kontrprzykładów, viz. rząd: 3

(b)

	Przesłanka 1	Przesłanka 2	Wniosek	Czy jest to kontrprzykład?	
1	0	1	0	<input type="radio"/> tak	<input checked="" type="radio"/> nie
2	1	0	1	<input type="radio"/> tak	<input checked="" type="radio"/> nie
3	1	0	0	<input type="radio"/> tak	<input checked="" type="radio"/> nie
4	0	1	1	<input type="radio"/> tak	<input checked="" type="radio"/> nie

Schemat reprezentowany przez tę matrycę logiczną jest:

- logicznie prawidłowy, ponieważ nie istnieje rząd kontrprzykładów
- logicznie nieprawidłowy, ponieważ istnieje przynajmniej jeden rząd kontrprzykładów, viz. rząd:

(c)

	Przesłanka 1	Przesłanka 2	Przesłanka 3	Wniosek	Czy jest to kontrprzykład?	
1	0	0	0	0	<input type="radio"/> tak	<input checked="" type="radio"/> nie
2	1	0	0	1	<input type="radio"/> tak	<input checked="" type="radio"/> nie
3	0	1	1	0	<input type="radio"/> tak	<input checked="" type="radio"/> nie
4	1	0	0	1	<input type="radio"/> tak	<input checked="" type="radio"/> nie

Schemat reprezentowany przez tę matrycę logiczną jest:

- logicznie prawidłowy, ponieważ nie istnieje rząd kontrprzykładów
- logicznie nieprawidłowy, ponieważ istnieje przynajmniej jeden rząd kontrprzykładów, viz. rząd:

(d)

	Przesłanka	Wniosek	Czy jest to kontrprzykład?	
1	0	0	<input type="radio"/> tak	<input checked="" type="radio"/> nie
2	0	1	<input type="radio"/> tak	<input checked="" type="radio"/> nie
3	1	0	<input checked="" type="radio"/> tak	<input type="radio"/> nie
4	1	0	<input checked="" type="radio"/> tak	<input type="radio"/> nie

Schemat reprezentowany przez tę matrycę logiczną jest:

- logicznie prawidłowy, ponieważ nie istnieje rząd kontrprzykładów
- logicznie nieprawidłowy, ponieważ istnieje przynajmniej jeden rząd kontrprzykładów, viz. rząd: 3, 4

Ćwiczenie "Logiczna prawdziwość – 1"

Zdecyduj, czy podane schematy wnioskowań są logicznie prawdziwe, czy nie.

$$(a) \frac{p \rightarrow q}{\sim p \rightarrow \sim q}$$

Logicznie nieprawidłowy

$$(b) \frac{p \rightarrow q}{\sim q \rightarrow \sim p}$$

Logicznie prawdziwy

$$(c) \frac{p}{p \bullet q}$$

Logicznie nieprawidłowy

$$(d) \frac{p}{p \vee q}$$

Logicznie prawdziwy

$$(e) \frac{p}{p \rightarrow q}$$

Logicznie nieprawidłowy

$$(f) \frac{p}{q \rightarrow p}$$

Logicznie prawdziwy

Ćwiczenie "Logiczna prawdziwość – 2"

schemat logicznie prawdziwy

schemat logicznie nieprawidłowy

Przesłanki:

(1) $p \equiv p$

(2) $p \rightarrow q$ $\sim p$

(3) $p \vee q$ $\sim q$

(4) $p \rightarrow q$ $\sim q$

(5) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ $p \rightarrow \sim q$

(6) $p \rightarrow q$ $q \rightarrow r$

(7) $p \rightarrow q$ $p \rightarrow r$

(8) $p \rightarrow r$ $q \rightarrow r$

(9) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$ $q \rightarrow (p \rightarrow s)$

(10) $p \rightarrow q$ $(p \bullet q) \rightarrow r$ $p \rightarrow (r \rightarrow s)$

(11) $p \rightarrow q$ $r \rightarrow s$ $p \vee r$

(12) $p \equiv p$

Wniosek:

p

$\sim q$

p

$\sim p$

$\sim r$

$p \rightarrow r$

$q \rightarrow r$

$(p \vee q) \rightarrow r$

$p \rightarrow s$

$p \rightarrow s$

$q \vee s$

$p \rightarrow p$

Ćwiczenie "Logiczna prawdziwość – 3"

(a) Jeżeli Monika Olejnik ma dobre źródła, to Andrzej Lepper albo zostanie zdymisjonowany albo wyjdzie z koalicji. Andrzej Lepper nie wyjdzie z koalicji. Zatem Monika Olejnik nie ma dobrych źródeł.

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 10 & 01 \\ p \rightarrow (q \vee r) & \sim r & | & \sim p & & & \end{array} \quad \text{logicznie nieprawidłowe}$$

(b) Jeżeli Rosja wejdzie do Unii Europejskiej, to jeśli Rumunia wejdzie do Unii, to i Turcja wejdzie do Unii. Rumunia wejdzie do Unii. Zatem jeżeli Turcja nie wejdzie do Unii, to Rosja też nie wejdzie do Unii.

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 10 & 0 & 01 \\ p \rightarrow (q \rightarrow r) & q & | & \sim r \rightarrow \sim p & & & & & \end{array} \quad \text{logicznie prawidłowe}$$

(c) Jeżeli Rosja nie wejdzie do Unii Europejskiej, to jeśli Rumunia wejdzie do Unii, to Turcja nie wejdzie do Unii. Rumunia wejdzie do Unii. Zatem jeżeli Turcja wejdzie do Unii, to Rosja też wejdzie do Unii.

$$\begin{array}{cccccc} 10 & 1 & 1 & 1 & 01 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ \sim p \rightarrow (q \rightarrow \sim r) & q & | & r \rightarrow p & & & & & \end{array} \quad \text{logicznie prawidłowe}$$

(d) Jeżeli Polska wybuduje tarczę antyrakietową na swoim terenie, to USA będzie lepiej chronione przed atakami rakietowymi. Jeżeli Polska wybuduje tarczę antyrakietową na swoim terenie, to stosunki dyplomatyczne między Polską a Rosją ulegną dalszemu pogorszeniu. Zatem stosunki dyplomatyczne między Polską a Rosją ulegną dalszemu pogorszeniu, jeśli USA będzie lepiej chronione przed atakami rakietowymi.

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ p \rightarrow q & p \rightarrow r & | & q \rightarrow r & & & & & \end{array} \quad \text{logicznie nieprawidłowe}$$

(e) Jeżeli Polska wybuduje tarczę antyrakietową na swoim terenie, to USA będzie lepiej chronione przed atakami rakietowymi, chyba że „oś państw zła” się poszerzy. Jeżeli Polska wybuduje tarczę antyrakietową na swoim terenie, to stosunki dyplomatyczne między Polską a Rosją ulegną dalszemu pogorszeniu. Zatem jeżeli Polska wybuduje tarczę antyrakietową na swoim terenie, to USA będzie lepiej chronione przed atakami rakietowymi, ale stosunki dyplomatyczne między Polską a Rosją ulegną dalszemu pogorszeniu.

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 10 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ p \rightarrow (\sim q \rightarrow r) & p \rightarrow s & | & p \rightarrow (q \bullet s) & & & & & & & & \end{array} \quad \text{logicznie nieprawidłowe}$$

(f) Jeżeli ludzie są całkowicie racjonalni, to albo wszystkie ludzkie działania można z góry przewidzieć albo świat jest całkowicie deterministyczny. Nie wszystkie ludzkie działania można z góry przewidzieć. Zatem, jeżeli świat jest całkowicie deterministyczny, to ludzie nie są całkowicie racjonalni.

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 10 & 1 & 0 & 01 \\ p \rightarrow (q \vee r) & \sim q & | & r \rightarrow \sim p & & & & & \end{array} \quad \text{logicznie nieprawidłowe}$$

(g) Kowalski powinien złożyć formularz podatkowy 12A lub 12C tylko jeżeli w zeszłym roku złożył formularz 40B. Kowalski powinien złożyć formularz podatkowy 12A tylko jeżeli jego całkowite przychody wynosiły ponad 80.000,00 zł, a formularz podatkowy 12C tylko jeżeli jego całkowite przychody nie wynosiły więcej niż 80.000,00 zł. Zatem jeżeli przychody Kowalskiego wynosiły więcej niż 80.000,00zł, to powinien złożyć formularz 12A.

$$\begin{array}{cccccc} 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 01 & 1 & 0 & 0 \\ (p \vee q) \rightarrow r & (p \rightarrow s) \bullet (q \rightarrow \sim s) & | & s \rightarrow p & & & & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 1 & 01 & 1 & 0 & 0 \end{array} \quad \text{logicznie nieprawidłowe}$$

Ćwiczenie „Wzajemne Wykluczanie/Dopełnianie/Sprzeczność/Niezależność”

			Wzajemnie wykluczające	Wzajemnie dopełniające	Wzajemnie sprzeczne	Z (1) wynika logicznie (2)	Z (2) wynika logicznie (1)	Logicznie niezależne
(a)	(1) LPR wyjdzie z koalicji. (2) Ani LPR, ani Samoobrona nie wyjdzie z koalicji.	p $\sim p \bullet \sim q$	✓	✗	✗	✗	✗	✗
(b)	(1) LPR wyjdzie z koalicji. (2) Nie jest prawdą, że zarówno LPR jak i Samoobrona wyjdą z koalicji.	p $\sim(p \bullet q)$	✗	✓	✗	✗	✗	✗
(c)	(1) LPR wyjdzie z koalicji. (2) Jeżeli LPR wyjdzie z koalicji, to LPR z koalicji nie wyjdzie.	p $p \rightarrow \sim p$	✓	✓	✓	✗	✗	✗
(d)	(1) LPR wyjdzie z koalicji. (2) Jeżeli LPR nie wyjdzie z koalicji, to Samoobrona wyjdzie z koalicji.	p $\sim p \rightarrow q$	✗	✗	✗	✓	✗	✗
(e)	(1) LPR wyjdzie z koalicji. (2) LPR nie wyjdzie z koalicji tylko jeśli Samoobrona nie wyjdzie z koalicji.	p $\sim p \rightarrow \sim q$	✗	✗	✗	✓	✗	✗
(f)	(1) LPR wyjdzie z koalicji. (2) LPR nie wyjdzie z koalicji jeśli Samoobrona nie wyjdzie z koalicji.	p $\sim q \rightarrow \sim p$	✗	✓	✗	✗	✗	✗
(g)	(1) LPR lub Samoobrona wyjdzie z koalicji. (2) LPR i Samoobrona wyjdą z koalicji.	$p \vee q$ $p \bullet q$	✗	✗	✗	✗	✓	✗
(h)	(1) Albo LPR albo Samoobrona wyjdzie z koalicji, ale z koalicji nie wyjdą obie partie. (2) LPR i Samoobrona wyjdą z koalicji.	$(p \vee q) \bullet \sim(p \bullet q)$ $p \bullet q$	✗	✗	✗	✓	✗	✗
(i)	(1) LPR lub Samoobrona wyjdzie z koalicji. (2) Jeżeli LPR wyjdzie z koalicji, to Samoobrona wyjdzie z koalicji.	$p \vee q$ $p \rightarrow q$	✗	✓	✗	✗	✗	✗
(j)	(1) LPR i Samoobrona wyjdą z koalicji. (2) Jeżeli LPR wyjdzie z koalicji, to Samoobrona nie wyjdzie z koalicji.	$p \bullet q$ $p \rightarrow \sim q$	✓	✓	✓	✗	✗	✗
(k)	(1) LPR lub Samoobrona wyjdzie z koalicji. (2) LPR nie wyjdzie z koalicji jeśli Samoobrona nie wyjdzie z koalicji.	$p \vee q$ $\sim q \rightarrow \sim p$	✗	✓	✗	✗	✗	✗
(l)	(1) Samoobrona wyjdzie z koalicji, a jeżeli Samoobrona nie wyjdzie z koalicji, to LPR też nie wyjdzie z koalicji. (2) LPR wyjdzie z koalicji, i jeżeli Samoobrona wyjdzie z koalicji, to LPR też wyjdzie z koalicji.	$p \bullet (\sim p \rightarrow \sim q)$ $q \bullet (p \rightarrow q)$	✗	✗	✗	✗	✗	✓
(m)	(1) Jeżeli LPR wyjdzie z koalicji to albo Samoobrona też wyjdzie z koalicji albo będą wczesne wybory. (2) LPR wyjdzie z koalicji, ale ani Samoobrona nie wyjdzie z koalicji, ani nie będzie wczesnych wyborów.	$p \rightarrow (q \vee r)$ $p \bullet (\sim q \bullet \sim r)$	✓	✓	✓	✗	✗	✗

(n)	(1) Jeżeli albo LPR nie wyjdzie z koalicji albo Samoobrona nie wyjdzie z koalicji, to nie będzie wczesnych wyborów. (2) Nie jest prawdą ani to, że wczesne wybory odbędą się tylko jeżeli LPR wyjdzie z koalicji, ani to, że wczesne wybory odbędą się tylko jeżeli Samoobrona wyjdzie z koalicji.	$(\sim p \vee \sim q) \rightarrow \sim r$ $\sim(r \rightarrow p) \bullet \sim(r \rightarrow q)$	✓	✗	✗	✗	✗	✗
(o)	(1) LPR nie wyjdzie z koalicji, a wczesne wybory odbędą się tylko jeżeli Samoobrona wyjdzie z koalicji. (2) Wczesne wybory odbędą się jeżeli LPR nie wyjdzie z koalicji; jednakże albo LPR wyjdzie z koalicji albo Samoobrona nie wyjdzie z koalicji.	$\sim p \bullet (q \rightarrow r)$ $(\sim p \rightarrow q) \bullet (p \vee \sim r)$	✓	✓	✓	✗	✗	✗
(p)	(1) Jeżeli nie będzie wczesnych wyborów, to LPR wyjdzie z koalicji. (2) Jeżeli nie będzie wczesnych wyborów, to Samoobrona wyjdzie z koalicji.	$\sim p \rightarrow q$ $\sim p \rightarrow r$	✗	✗	✗	✗	✗	✓

		(a-f)-1	(a)-2	(b)-2	(c)-2	(d)-2	(e)-2	(f)-2
p	q	p	$\sim p \bullet \sim q$	$\sim(p \bullet q)$	$p \rightarrow \sim p$	$\sim p \rightarrow q$	$\sim p \rightarrow \sim q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
1	1	1	0	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	0	1	1	0
0	1	0	0	1	1	1	0	1
0	0	0	1	1	1	0	1	1

		(g)-1	(g-h)-2	(h)-1	(i)-1	(i)-2	(j)-1	(j)-2	(k)-1	(k)-2
p	q	$p \vee q$	$p \bullet q$	$(p \vee q) \bullet \sim(p \bullet q)$	$p \vee q$	$p \rightarrow q$	$p \bullet q$	$p \rightarrow \sim q$	$p \vee q$	$\sim q \rightarrow \sim p$
1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1
1	0	1	0	1	1	0	0	1	1	0
0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1
0	0	0	0	0	0	1	0	1	0	1

		(l)-1	(l)-2
p	q	$p \bullet (\sim p \rightarrow \sim q)$	$q \bullet (p \rightarrow q)$
1	1	1	1
1	0	1	0
0	1	0	1
0	0	0	0

			(m)-1	(m)-2	(n)-1	(n)-2
p	q	r	$p \rightarrow (q \vee r)$	$p \bullet (\sim q \bullet \sim r)$	$(\sim p \vee \sim q) \rightarrow \sim r$	$\sim(r \rightarrow p) \bullet \sim(r \rightarrow q)$
1	1	1	1	0	1	0
1	1	0	1	0	1	0
1	0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	0	0	0
0	1	0	1	0	1	0
0	0	1	1	0	0	1
0	0	0	1	0	1	0

			(o)-1	(o)-2	(p)-1	(p)-2
p	q	r	$\sim p \bullet (q \rightarrow r)$	$(\sim p \rightarrow q) \bullet (p \vee \sim r)$	$\sim p \rightarrow q$	$\sim p \rightarrow r$
1	1	1	0	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1
1	0	1	0	1	1	1
1	0	0	0	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1
0	1	0	0	1	1	0
0	0	1	1	0	0	1
0	0	0	1	0	0	0