ROZWIĄZANIA ĆWICZEŃ

8. SKRÓCONA METODA ZEROJEDYNKOWA

Ćwiczenie „Wartości Wstecz – 1”

(a)

$$\underbrace{\underbrace{\sim 0^{p}}_{1} \rightarrow \underbrace{(\boxed{1}^{q} \rightarrow \diamond 0^{r})}_{0}}_{0}$$

Spr. $\sim 0 \rightarrow (1 \rightarrow 0)$

$1 \rightarrow 0$

0

(b)

$$\underbrace{\underbrace{\sim 0^{p}}_{1} \rightarrow \underbrace{(\boxed{1}^{q} \equiv 0^{p})}_{0}}_{0}$$

Spr. $\sim 0 \rightarrow (1 \equiv 0)$

$1 \rightarrow (0)$

0

(c)

$$\underbrace{\underbrace{\sim \underbrace{(0^{p} \lor \diamond 0^{r})}_{0}}_{1} \rightarrow \underbrace{(\underbrace{\sim 0^{p}}_{1} \equiv \boxed{0}^{q})}_{0}}_{0}$$

Spr. $\sim(0 \lor 0) \rightarrow (\sim 0 \equiv 0)$

$\sim(0) \rightarrow (1 \equiv 0)$

$1 \rightarrow (0)$

0

(d)

$$\underbrace{1^{p} \rightarrow \underbrace{[\underbrace{\sim \boxed{1}^{q}}_{0} \equiv \underbrace{(1^{p} \lor \boxed{1}^{q})}_{1}]}_{0}}_{0}$$

Spr. $1 \rightarrow [\sim 1 \equiv (1 \lor 1)]$

$1 \rightarrow [0 \equiv (1)]$

$1 \rightarrow 0$

0

Ćwiczenie „Wartości Wstecz – 2”

Jakie wartości muszą przybrać zmienne aby po podstawieniu w podanych niżej schematach zdaniowych otrzymać fałsz. Przykłady zostały tak dobrane, aby można było jednoznacznie określić te wartości. Po każdym obliczeniu, dokonaj sprawdzenia.

(a)

1	0	0
p	→	q

(b)

0	0	0
p	∨	q

(c)

0	1
~	p

(d)

1	0	0	1
p	→	~	q

(e)

0	1	0	0	1
~	p	∨	~	q

(f)

1	0	0	0	1	0
~	p	→	~	~	q

(g)

0		1	1	1	0	
~	(	p	•	~	q	)

(h)

0		1	0	1	1	1	0	
~	(	~	~	p	•	~	q	)

(i)

0	0		1	0	0	0	
p	∨	(	~	q	→	r	)

(j)

0		1	1	1		1	1	
~	((	p	≡	q	)	•	p	)

(k)

	1	0	0		0		1	0	0	1	
(	p	→	q	)	∨	(	p	→	~	r	)

(m)

0		1	1	1		1		1	1	1	
~	[(	p	•	r	)	•	(	r	≡	q	)]

(n)

	1	1	1		0		1	0	0	1	
(	p	•	r	)	→	(	q	≡	~	p	)

(o)

0		1		0	0	1		1	1	0	1	
~	[	~	(	p	•	r	)	•	~	~	r	]

(p)

0		1	1	1		0		1	0	0	1	
~	(	p	∨	r	)	∨	(	r	→	~	p	)

(q)

	1	0	0		0		1	0		0	1	0		1	1	1	
(	p	≡	r	)	∨	{	p	→	[	~	q	≡	(	q	∨	p	)]}

(r)

	1	1	1		1	1		0		1	0		0	1	0	1	
[(	p	∨	r	)	•	q	]	→	[	r	→	(	~	p	≡	q	)]

Ćwiczenie „Wartości Wstecz – 3”

Jakie wartości muszą przybrać zmienne aby po podstawieniu w podanych niżej schematach zdaniowych otrzymać prawdę. Przykłady zostały tak dobrane, aby można było jednoznacznie określić te wartości:

(a)	1	1	1
	p	•	q

(b)	1	0
	~	p

(c)	1	0	1
	~	~	q

(d)	1	1	1	0
	p	•	~	q

(e)	1	0	1	1	0
	~	p	•	~	q

(f)	1		1	0	0	1	
	~	(	p	→	~	q	)

(g)		1	1	1		1		0	1	0	1	
	(	p	•	r	)	•	(	q	≡	~	p	)

(h)	1		1	0	0		0		0	0	1	
	~	[(	p	→	r	)	∨	(	r	≡	q	)]

(i)	1		0	0	1	0		0		0	0	0	
	~	[(	p	•	~	r	)	∨	(	r	∨	q	)]

(j)	1		1	0	0		1		1	1	0	1	
	~	(	p	→	r	)	•	(	q	∨	~	p	)

(k)	1		0		0	1	1		0	0	1	0	
	~	[	~	(	p	∨	r	)	∨	~	~	p	]

(l)	1		0	0	0		1		0	1	1	0	
	~	(	p	∨	r	)	•	(	r	→	~	p	)

Ćwiczenie „Wartości Wstecz – 4”

Jakie wartości muszą przybrać zmienne aby po podstawieniu w podanych niżej schematach zdaniowych otrzymać zadaną wartość logiczną.

(a)

1	1	1
p	≡	q
0	1	0

(b)

1	0	0	0	1
~	p	≡	~	q
0	1	0	1	0

(c)

~	p	•	~	q
1	0	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	0	0	1

(d)

~	p	∨	~	q
1	0	1	1	0
1	0	1	0	1
0	1	1	1	0

(e)

	1	0	0		0	0
(	p	•	q	)	∨	q
	0	0	0		0	0

(f)

1	0	1		1	1	1	0	
~	q	•	(	p	∨	~	q	)
1	0	1		0	1	1	0	

(g)

	0	1	1		1	1
(	p	→	q	)	•	q
	1	1	1		1	1

(h)

1		1	0	0		0	0	
~	[(	p	≡	r	)	∨	q	]
1		0	0	1		0	0	

(i)

0		1	1	0		1		1	1	1	
~	[(	p	∨	q	)	•	(	p	•	r	)]
0		1	1	1		1		1	1	1	

(j)

1		0	0	0		0		1	0	0	0	
~	(	p	∨	q	)	≡	(	~	p	•	q	)
0		0	1	1		0		1	0	1	1	

(k)

1	1		1	0	0	1		0	1	
p	≡	[(	p	≡	~	q	)	≡	p	]
0	1		0	0	0	1		1	0	

8.1.3. Metoda szukania wartości wstecz a matryce logiczne

(a)

1	0	0	0	1
~	p	→	~	q

(b)

~	p	→	~	q
1	0	1	1	0
0	1	1	1	0
0	1	1	0	1

(c)

p	q	~p → ~q		
1	1	~1 → ~1	0 → 0	1
1	0	~1 → ~0	0 → 1	1
0	1	~0 → ~1	1 → 0	0
0	0	~0 → ~0	1 → 1	1

Ćwiczenie „Tautologie – 1”

Stosując skróconą metodę zerojedynkową sprawdź, które z następujących schematów są tautologiami, a które nie. Zgodnie z powyższą Radą Babuni, dokonaj sprawdzeń dla schematów nietautologicznych.

(a)
1 0 0 0 0 0 01
$[(p \rightarrow r) \vee q] \vee \sim s$
Nie tautologia; spr:
$[(1 \rightarrow 0) \vee 0] \vee \sim 1$ stąd $[(0) \vee 0] \vee 0$ stąd $[0] \vee 0$ stąd 0

(b)
10 1 1 1 1 0 0
$[(\sim p \equiv r) \bullet r] \rightarrow p$
Nie tautologia; spr:
$[(\sim 0 \equiv 1) \bullet 1] \rightarrow 0$ stąd $[(1 \equiv 1) \bullet 1] \rightarrow 0$ stąd $[(1) \bullet 1] \rightarrow 0$ stąd $[1] \rightarrow 0$ stąd 0

(c)
$[(p \equiv r) \bullet r] \rightarrow p$
Tautologia

(d)
0 1 1 1 1 0 0
$[(p \rightarrow r) \bullet r] \rightarrow p$
Nie tautologia; spr:
$[(0 \rightarrow 1) \bullet 1] \rightarrow 0$ stąd $[(1) \bullet 1] \rightarrow 0$ stąd $[1] \rightarrow 0$ stąd 0

(e)
$[(p \rightarrow r) \bullet p] \rightarrow r$
Tautologia

(f)
$[(p \rightarrow r) \bullet \sim r] \rightarrow \sim p$
Tautologia

(g)
$(p \rightarrow r) \rightarrow (\sim r \rightarrow \sim p)$
Tautologia

(h)
0 1 1 0 10 0 01
$(p \rightarrow r) \rightarrow (\sim p \rightarrow \sim r)$
Nie tautologia; spr:
$(0 \rightarrow 1) \rightarrow (\sim 0 \rightarrow \sim 1)$ stąd $1 \rightarrow (1 \rightarrow 0)$ stąd $1 \rightarrow 0$ stąd 0

(i)
$p \rightarrow p$
Tautologia

(j)
10 0 0
$\sim p \rightarrow p$
Nie tautologia; spr:
$\sim 0 \rightarrow 0$ stąd $1 \rightarrow 0$ stąd 0

(k)
0 1 1 1
$\sim (p \vee p)$
Nie tautologia; spr:
$\sim (1 \vee 1)$ stąd $\sim (1)$ stąd 0

(l)
0 1 1 1
$\sim (p \bullet p)$
Nie tautologia; spr:
$\sim (1 \bullet 1)$ stąd $\sim (1)$ stąd 0

(m)
$[(p \rightarrow r) \bullet (r \rightarrow s)] \rightarrow (p \rightarrow s)$
Tautologia

(n)
$\{(p \vee r) \bullet [(p \rightarrow s) \bullet (r \rightarrow s)]\} \rightarrow s$
Tautologia

(o)
$\{(p \vee q) \bullet [(p \rightarrow r) \bullet (q \rightarrow s)]\} \rightarrow (r \vee s)$
Tautologia

Ćwiczenie „Tautologie – 2”

Stosując skróconą metodę zerojedynkową sprawdź, które z następujących schematów są tautologiami, a które nie. Dokonaj sprawdzeń dla schematów nietautologicznych.

(a)

```
~(p • r) ≡ (~p ∨ ~r)
```

tautologia

(b)

```
~(p ∨ r) ≡ (~p • ~r)
```

tautologia

(c)

```
~(p → r) ≡ (p • ~r)
```

tautologia

(d)

```
1 1 0  0  0 0 1 1 10
~(p → r) ≡ ~(p ∨ ~r)
0 0 1  1  0 1 0 0 01
```

nie tautologia

(e)

```
  0 1  1  1  0 1  01   0  0
[(p → r) • (p → ~r)] → p
  0 1  0  1  0 1  10   0  0
```

nie tautologia

(f)

```
~(p ∨ r) ≡ (~p ∨ ~r)
0 1 1 0  0  01 1 10
```

nie tautologia

(g)

```
1 1 0 0  0  01 0 10
~(p • r) ≡ (~p • ~r)
```

nie tautologia

Ćwiczenie „Kontrtautologie”

Stosując skróconą metodę zerojedynkową sprawdź, które z następujących schematów są kontrtautologiami, a które nie. Dokonaj sprawdzeń dla schematów, które nie są kontrtautologiczne.

(a)

```
~[(p → q) ∨ (q → p)]
```

kontrtautologia

(b)

```
 0 1  0 1 1 0 0 0
(p → q) • ~(p ∨ q)
```

nie kontrtautologia

(c)

```
(p → q) • ~(~p ∨ q)
```

kontrtautologia

(d)

```
 0 1  1  1  0 1  01
(p → q) • (p → ~q)
 0 1  0  1  0 1  10
```

nie kontrtautologia

(e)

```
(p ∨ ~p) • ~(p ∨ ~p)
```

kontrtautologia

(f)

```
(p • ~p) ∨ ~(p • ~p)
 1 0 01   1 1 1 0 01
```

nie kontrtautologia

(g)

```
(p → q) • (p • ~q)
```

kontrtautologia

(h)

```
(p ∨ ~q) → ~[p → (~q ∨ p)]
 0 0 01  1  0 0 1  01 0 0
```

nie kontrtautologia

Ćwiczenie „Schematy logicznie niezdeterminowane”

Stosując skróconą metodę zerojedynkową sprawdź, które z następujących schematów jest logicznie niezdeterminowany. Dla schematów, które nie są logicznie niezdeterminowane określ, czy są kontrtautologiami, czy tautologiami.

(a)

$\sim[(p \to q) \vee (q \to r)]$

Nie logicznie niezdeterminowany – kontrtautologia

(b)

```
 0 1 0  1 1 0 0 0
(p → r) • ~(p ∨ q)
 1 0 0  0 0 1 1 1
 1 0 0  0 0 1 1 0
```

logicznie niezdeterminowany

(c)

$(p \to q) \bullet \sim(\sim p \vee q)$

Nie logicznie niezdeterminowany – kontrtautologia

(d)

```
 1 1 1  1 1 1 0 01
(p → q) ∨ ~(p → ~q)
 1 0 0  0 0 1 1 10
```

logicznie niezdeterminowany

(e)

$(p \vee \sim p) \bullet \sim(p \vee \sim p)$

Nie logicznie niezdeterminowany – kontrtautologia

(f)

$(p \bullet \sim p) \vee \sim(p \bullet \sim p)$

Nie logicznie niezdeterminowany – tautologia

(g)

```
 01 1 0  1  1 1 10
(~p → q) • (p • ~q)
 10 0 0  0  0 0 10
```

logicznie niezdeterminowany

(h)

```
 0 1 10  0 0 0 1   10 1 0
(p ∨ ~q) → ~[p → (~q ∨ p)]
 0 0 01  1  0 0 1  01 0 0
```

logicznie niezdeterminowany

Ćwiczenie „Logiczna Równoważność”

Zastosuj skróconą metodę zerojedynkową aby zbadać, czy następujący pary schematów zdaniowych są sobie logicznie równoważne.

(a)

```
~(p ∨ r)        ~p ∨ ~r
 0 1 1 0        01 1 10
```

Logicznie nierównoważne (choć nie ma wartości zmiennych, które po podstawieniu w pierwszym schemacie dadzą 1, a w drugim 0)

(b)

$\sim p \bullet \sim r$ $\qquad$ $\sim(p \vee r)$

Logicznie równoważne

(c)

$\sim(p \to r)$ $\qquad$ $p \bullet \sim r$

Logicznie równoważne

(d)

$p \equiv \sim q$	$(p \to q) \bullet (p \to \sim q)$
0 1 10	0 1 0 1 0 1 10

Logicznie nierównoważne (choć nie ma wartości zmiennych, które po podstawieniu w pierwszym schemacie dadzą 1, a w drugim 0)

(e)

$p \equiv q$	$(p \bullet q) \vee (\sim p \bullet \sim q)$

Logicznie równoważne

(f)

$(p \vee q) \to p$	$\sim p \to \sim(p \bullet q)$
0 1 1 0 0	10 1 1 0 0 1

Logicznie nierównoważne (choć nie ma wartości zmiennych, które po podstawieniu w pierwszym schemacie dadzą 1, a w drugim 0)

(g)

$(p \vee q) \bullet (p \vee r)$	$(p \bullet q) \vee (p \bullet r)$

Logicznie nierównoważne (choć nie ma wartości zmiennych, które po podstawieniu w pierwszym schemacie dadzą 0, a w drugim 1)

(h)

p	$p \bullet (p \vee q)$

Logicznie równoważne

(i)

1	1 0 1 0 0
p	$p \bullet (p \bullet q)$

Logicznie nierównoważne (choć nie ma wartości zmiennych, które po podstawieniu w pierwszym schemacie dadzą 0, a w drugim 1)

(j)

p	$p \vee (p \vee q)$
0	0 1 0 1 1

Logicznie nierównoważne (choć nie ma wartości zmiennych, które po podstawieniu w pierwszym schemacie dadzą 1, a w drugim 0)

(k)

1	1 0 1 0 0
p	$p \vee (p \bullet q)$

Logicznie nierównoważne (choć nie ma wartości zmiennych, które po podstawieniu w pierwszym schemacie dadzą 0, a w drugim 1)

(l)

$p \vee \sim p$	$\sim(q \bullet \sim q)$

Logicznie równoważne