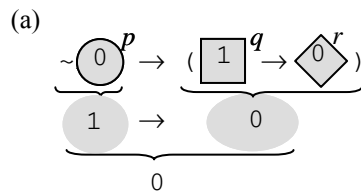


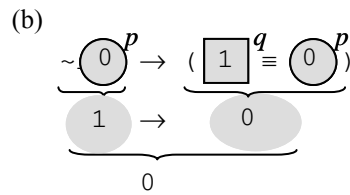
ROZWIĄZANIA ĆWICZEŃ

8. SKRÓCONA METODA ZEROJEDYŃKOWA

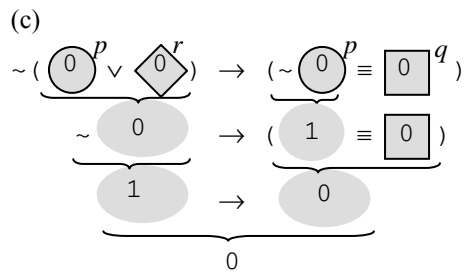
Ćwiczenie „Wartości Wstecz – 1”



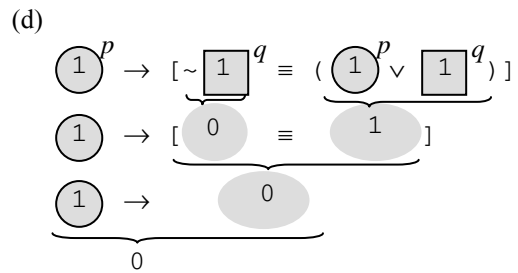
Spr. $\sim 0 \rightarrow (1 \rightarrow 0)$
 $1 \rightarrow 0$
 0



Spr. $\sim 0 \rightarrow (1 \equiv 0)$
 $1 \rightarrow (0)$
 0



Spr. $\sim(0 \vee 0) \rightarrow (\sim 0 \equiv 0)$
 $\sim(0) \rightarrow (1 \equiv 0)$
 $1 \rightarrow (0)$
 0



Spr. $1 \rightarrow [\sim 1 \equiv (1 \vee 1)]$
 $1 \rightarrow [0 \equiv (1)]$
 $1 \rightarrow 0$
 0

Ćwiczenie „Wartości Wstecz – 2”

Jakie wartości muszą przybrać zmienne aby po podstawieniu w podanych niżej schematach zdaniowych otrzymać fałsz. Przykłady zostały tak dobrane, aby można było jednoznacznie określić te wartości. Po każdym obliczeniu, dokonaj sprawdzenia.

(a) $\begin{matrix} 1 & 0 & 0 \\ p & \rightarrow & q \end{matrix}$

(b) $\begin{matrix} 0 & 0 & 0 \\ p & \vee & q \end{matrix}$

(c) $\begin{matrix} 0 & 1 \\ \sim & p \end{matrix}$

(d) $\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ p & \rightarrow & \sim & q \end{matrix}$

(e) $\begin{matrix} 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \sim & p & \vee & \sim & q \end{matrix}$

(f) $\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \sim & p & \rightarrow & \sim & \sim & q \end{matrix}$

(g) $\begin{matrix} 0 & & 1 & 1 & 1 & 0 \\ \sim & (& p & \bullet & \sim & q &) \end{matrix}$

(h) $\begin{matrix} 0 & & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ \sim & (& \sim & \sim & p & \bullet & \sim & q &) \end{matrix}$

(i) $\begin{matrix} 0 & 0 & & 1 & 0 & 0 & 0 \\ p & \vee & (& \sim & q & \rightarrow & r &) \end{matrix}$

(j) $\begin{matrix} 0 & & & 1 & 1 & 1 & & 1 & 1 \\ \sim & (& (& p & \equiv & q &) & \bullet & p &) \end{matrix}$

(k) $\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & & 0 & & 1 & 0 & 0 & 1 \\ (& p & \rightarrow & q &) & \vee & (& p & \rightarrow & \sim & r &) \end{matrix}$

(m) $\begin{matrix} 0 & & 1 & 1 & 1 & & 1 & & 1 & 1 & 1 \\ \sim & [& (& p & \bullet & r &) & \bullet & (& r & \equiv & q &) &] \end{matrix}$

(n) $\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & & 0 & & 1 & 0 & 0 & 1 \\ (& p & \bullet & r &) & \rightarrow & (& q & \equiv & \sim & p &) \end{matrix}$

(o) $\begin{matrix} 0 & & 1 & & 0 & 0 & 1 & & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \sim & [& \sim & (& p & \bullet & r &) & \bullet & \sim & \sim & r &] \end{matrix}$

(p) $\begin{matrix} 0 & & 1 & 1 & 1 & & 0 & & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \sim & (& p & \vee & r &) & \vee & (& r & \rightarrow & \sim & p &) \end{matrix}$

(q) $\begin{matrix} 1 & 0 & 0 & & 0 & & 1 & 0 & & 0 & 1 & 0 & & 1 & 1 & 1 \\ (& p & \equiv & r &) & \vee & \{ & p & \rightarrow & [& \sim & q & \equiv & (& q & \vee & p &) &] \} \end{matrix}$

(r) $\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & & 1 & 1 & & 0 & & 1 & 0 & & 0 & 1 & 0 & 1 \\ [& (& p & \vee & r &) & \bullet & q &] & \rightarrow & [& r & \rightarrow & (& \sim & p & \equiv & q &) &] \end{matrix}$

Ćwiczenie „Wartości Wstecz – 3”

Jakie wartości muszą przybrać zmienne aby po podstawieniu w podanych niżej schematach zdaniowych otrzymać prawdę. Przykłady zostały tak dobrane, aby można było jednoznacznie określić te wartości:

(a) $\begin{matrix} 1 & 1 & 1 \\ p & \bullet & q \end{matrix}$

(b) $\begin{matrix} 1 & 0 \\ \sim & p \end{matrix}$

(c) $\begin{matrix} 1 & 0 & 1 \\ \sim & \sim & q \end{matrix}$

(d) $\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ p & \bullet & \sim & q \end{matrix}$

(e) $\begin{matrix} 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \sim & p & \bullet & \sim & q \end{matrix}$

(f) $\begin{matrix} 1 & & 1 & 0 & 0 & 1 \\ \sim & (& p & \rightarrow & \sim & q) \end{matrix}$

(g) $\begin{matrix} 1 & 1 & 1 & & 1 & & 0 & 1 & 0 & 1 \\ (& p & \bullet & r) & \bullet & (& q & \equiv & \sim & p) \end{matrix}$

(h) $\begin{matrix} 1 & & 1 & 0 & 0 & & 0 & & 0 & 0 & 1 \\ \sim & [(& p & \rightarrow & r) & \vee & (& r & \equiv & q)] \end{matrix}$

(i) $\begin{matrix} 1 & & 0 & 0 & 1 & 0 & & 0 & & 0 & 0 & 0 \\ \sim & [(& p & \bullet & \sim & r) & \vee & (& r & \vee & q)] \end{matrix}$

(j) $\begin{matrix} 1 & & 1 & 0 & 0 & & 1 & & 1 & 1 & 0 & 1 \\ \sim & (& p & \rightarrow & r) & \bullet & (& q & \vee & \sim & p) \end{matrix}$

(k) $\begin{matrix} 1 & & 0 & & 0 & 1 & 1 & & 0 & 0 & 1 & 0 \\ \sim & [& \sim & (& p & \vee & r) & \vee & \sim & \sim & p] \end{matrix}$

(l) $\begin{matrix} 1 & & 0 & 0 & 0 & & 1 & & 0 & 1 & 1 & 0 \\ \sim & (& p & \vee & r) & \bullet & (& r & \rightarrow & \sim & p) \end{matrix}$

Ćwiczenie „Wartości Wstecz – 4”

Jakie wartości muszą przybrać zmienne aby po podstawieniu w podanych niżej schematach zdaniowych otrzymać zadaną wartość logiczną.

- (a)
$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ p & \equiv & q \\ 0 & 1 & 0 \end{array}$$
- (b)
$$\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \sim p & \equiv & \sim q & & \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \end{array}$$
- (c)
$$\begin{array}{ccccc} \sim p & \bullet & \sim q & & \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 \end{array}$$
- (d)
$$\begin{array}{ccccc} \sim p & \vee & \sim q & & \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$
- (e)
$$\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 \\ (p \bullet q) & \vee & q \\ 0 & 0 & 0 \end{array} \quad \begin{array}{cc} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{array}$$
- (f)
$$\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 1 \\ \sim q & \bullet & (p \vee \sim q) \\ 1 & 0 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 1 \end{array}$$
- (g)
$$\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 1 \\ (p \rightarrow q) & \bullet & q \\ 1 & 1 & 1 \end{array} \quad \begin{array}{cc} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{array}$$
- (h)
$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \sim [(p \equiv r) \vee q] & & & & & \\ 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{array}$$
- (i)
$$\begin{array}{ccc} 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ \sim [(p \vee q) \bullet (p \bullet r)] & & & & & & & \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{array}$$
- (j)
$$\begin{array}{ccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ \sim (p \vee q) \equiv (\sim p \bullet q) & & & & & & & & \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \end{array}$$
- (k)
$$\begin{array}{ccc} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ p \equiv [(p \equiv \sim q) \equiv p] & & & & & & & \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{array}$$

8.1.3. Metoda szukania wartości wstecz a matryce logiczne

- (a)
$$\begin{array}{ccccc} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ \sim p & \rightarrow & \sim q & & \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}$$
- (b)
$$\begin{array}{ccccc} \sim p & \rightarrow & \sim q & & \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \end{array}$$
- (c)

p	q	$\sim p \rightarrow \sim q$		
1	1	$\sim 1 \rightarrow \sim 1$	$0 \rightarrow 0$	1
1	0	$\sim 1 \rightarrow \sim 0$	$0 \rightarrow 1$	1
0	1	$\sim 0 \rightarrow \sim 1$	$1 \rightarrow 0$	0
0	0	$\sim 0 \rightarrow \sim 0$	$1 \rightarrow 1$	1

Ćwiczenie „Tautologie – 1”

Stosując skróconą metodę zerojedynekową sprawdź, które z następujących schematów są tautologiami, a które nie. Zgodnie z powyższą Radą Babuni, dokonaj sprawdzeń dla schematów nietautologicznych.

- (a) $1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1$
 $[(p \rightarrow r) \vee q] \vee \sim s$
 Nie tautologia; spr:
 $[(1 \rightarrow 0) \vee 0] \vee \sim 1$ stąd $[(0) \vee 0] \vee 0$ stąd
 $[0] \vee 0$ stąd 0
- (b) $1\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0$
 $[(\sim p \equiv r) \bullet r] \rightarrow p$
 Nie tautologia; spr:
 $[(\sim 0 \equiv 1) \bullet 1] \rightarrow 0$ stąd $[(1 \equiv 1) \bullet 1] \rightarrow$
 0 stąd $[(1) \bullet 1] \rightarrow 0$ stąd $[1] \rightarrow 0$ stąd 0
- (c) $[(p \equiv r) \bullet r] \rightarrow p$
 Tautologia
- (d) $0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0$
 $[(p \rightarrow r) \bullet r] \rightarrow p$
 Nie tautologia; spr:
 $[(0 \rightarrow 1) \bullet 1] \rightarrow 0$ stąd $[(1) \bullet 1] \rightarrow 0$
 stąd $[1] \rightarrow 0$ stąd 0
- (e) $[(p \rightarrow r) \bullet p] \rightarrow r$
 Tautologia
- (f) $[(p \rightarrow r) \bullet \sim r] \rightarrow \sim p$
 Tautologia
- (g) $(p \rightarrow r) \rightarrow (\sim r \rightarrow \sim p)$
 Tautologia
- (h) $0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 1$
 $(p \rightarrow r) \rightarrow (\sim p \rightarrow \sim r)$
 Nie tautologia; spr:
 $(0 \rightarrow 1) \rightarrow (\sim 0 \rightarrow \sim 1)$ stąd $1 \rightarrow (1 \rightarrow 0)$
 stąd $1 \rightarrow 0$ stąd 0
- (i) $p \rightarrow p$
 Tautologia
- (j) $1\ 0\ 0\ 0$
 $\sim p \rightarrow p$
 Nie tautologia; spr:
 $\sim 0 \rightarrow 0$ stąd $1 \rightarrow 0$ stąd 0
- (k) $0\ 1\ 1\ 1$
 $\sim(p \vee p)$
 Nie tautologia; spr:
 $\sim(1 \vee 1)$ stąd $\sim(1)$ stąd 0
- (l) $0\ 1\ 1\ 1$
 $\sim(p \bullet p)$
 Nie tautologia; spr:
 $\sim(1 \bullet 1)$ stąd $\sim(1)$ stąd 0
- (m) $[(p \rightarrow r) \bullet (r \rightarrow s)] \rightarrow (p \rightarrow s)$
 Tautologia
- (n) $\{(p \vee r) \bullet [(p \rightarrow s) \bullet (r \rightarrow s)]\} \rightarrow s$
 Tautologia
- (o) $\{(p \vee q) \bullet [(p \rightarrow r) \bullet (q \rightarrow s)]\} \rightarrow (r \vee s)$
 Tautologia

Ćwiczenie „Tautologie – 2”

Stosując skróconą metodę zerowejdynekową sprawdź, które z następujących schematów są tautologiami, a które nie. Dokonaj sprawdzeń dla schematów nietautologicznych.

(a) $\sim(p \bullet r) \equiv (\sim p \vee \sim r)$
tautologia

(b) $\sim(p \vee r) \equiv (\sim p \bullet \sim r)$
tautologia

(c) $\sim(p \rightarrow r) \equiv (p \bullet \sim r)$
tautologia

(d) $1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0$
 $\sim(p \rightarrow r) \equiv \sim(p \vee \sim r)$
 $0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1$
nie tautologia

(e) $0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0$
 $[(p \rightarrow r) \bullet (p \rightarrow \sim r)] \rightarrow p$
 $0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0$
nie tautologia

(f) $\sim(p \vee r) \equiv (\sim p \vee \sim r)$
 $0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 0$
nie tautologia

(g) $1\ 1\ 0\ 0\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0$
 $\sim(p \bullet r) \equiv (\sim p \bullet \sim r)$
nie tautologia

Ćwiczenie „Kontrtautologie”

Stosując skróconą metodę zerowejdynekową sprawdź, które z następujących schematów są kontrtautologiami, a które nie. Dokonaj sprawdzeń dla schematów, które nie są kontrtautologiczne.

(a) $\sim[(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow p)]$
kontrtautologia

(b) $0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 0$
 $(p \rightarrow q) \bullet \sim(p \vee q)$
nie kontrtautologia

(c) $(p \rightarrow q) \bullet \sim(\sim p \vee q)$
kontrtautologia

(d) $0\ 1\ 1\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1$
 $(p \rightarrow q) \bullet (p \rightarrow \sim q)$
 $0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 1\ 1\ 0$
nie kontrtautologia

(e) $(p \vee \sim p) \bullet \sim(p \vee \sim p)$
kontrtautologia

(f) $(p \bullet \sim p) \vee \sim(p \bullet \sim p)$
 $1\ 0\ 0\ 1\ 1\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1$
nie kontrtautologia

(g) $(p \rightarrow q) \bullet (p \bullet \sim q)$
kontrtautologia

(h) $(p \vee \sim q) \rightarrow \sim[p \rightarrow (\sim q \vee p)]$
 $0\ 0\ 0\ 1\ 1\ 0\ 0\ 1\ 0\ 1\ 0\ 0$
nie kontrtautologia

Ćwiczenie „Schematy logicznie niezdeteminowane”

Stosując skróconą metodę zerjedynkową sprawdź, które z następujących schematów jest logicznie niezdeteminowane. Dla schematów, które nie są logicznie niezdeteminowane określ, czy są kontrtautologiami, czy tautologiami.

(a) $\sim [(p \rightarrow q) \vee (q \rightarrow r)]$

Nie logicznie niezdeteminowany –
kontrtautologia

(b) $(p \rightarrow r) \bullet \sim (p \vee q)$

0	1	0	1	1	0	0	0
1	0	0	0	0	1	1	1
1	0	0	0	0	1	1	0

logicznie niezdeteminowany

(c) $(p \rightarrow q) \bullet \sim (\sim p \vee q)$

Nie logicznie niezdeteminowany –
kontrtautologia

(d) $(p \rightarrow q) \vee \sim (p \rightarrow \sim q)$

1	1	1	1	1	1	0	0	1
1	0	0	0	0	1	1	1	0

logicznie niezdeteminowany

(e) $(p \vee \sim p) \bullet \sim (p \vee \sim p)$

Nie logicznie niezdeteminowany –
kontrtautologia

(f) $(p \bullet \sim p) \vee \sim (p \bullet \sim p)$

Nie logicznie niezdeteminowany –
tautologia

(g) $(\sim p \rightarrow q) \bullet (p \bullet \sim q)$

0	1	1	0	1	1	1	1	0	
1	0	0	0	0	0	0	0	1	0

logicznie niezdeteminowany

(h) $(p \vee \sim q) \rightarrow \sim [p \rightarrow (\sim q \vee p)]$

0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	
0	0	0	1	1	0	0	1	0	1	0	0

logicznie niezdeteminowany

Ćwiczenie „Logiczna Równoważność”

Zastosuj skróconą metodę zerjedynkową aby zbadać, czy następujący pary schematów zdaniowych są sobie logicznie równoważne.

(a) $\sim (p \vee r)$

0	1	1	0
---	---	---	---

Logicznie nierównoważne (choć nie ma wartości zmiennych, które po podstawieniu w pierwszym schemacie dadzą 1, a w drugim 0)

$\sim p \vee \sim r$

0	1	1	0
---	---	---	---

(b) $\sim p \bullet \sim r$

Logicznie równoważne

$\sim (p \vee r)$

(c) $\sim (p \rightarrow r)$

Logicznie równoważne

$p \bullet \sim r$

- (d) $p \equiv \sim q$

0	1	1	0
---	---	---	---

$(p \rightarrow q) \cdot (p \rightarrow \sim q)$
0 1 0 1 0 1 1 0

Logicznie nierównoważne (choć nie ma wartości zmiennych, które po podstawieniu w pierwszym schemacie dadzą 1, a w drugim 0)
- (e) $p \equiv q$

--

$(p \cdot q) \vee (\sim p \cdot \sim q)$

Logicznie równoważne
- (f) $(p \vee q) \rightarrow p$

0	1	1	0	0
---	---	---	---	---

$\sim p \rightarrow \sim(p \cdot q)$
1 0 1 1 0 0 1

Logicznie nierównoważne (choć nie ma wartości zmiennych, które po podstawieniu w pierwszym schemacie dadzą 1, a w drugim 0)
- (g) $(p \vee q) \cdot (p \vee r)$

--

$(p \cdot q) \vee (p \cdot r)$

Logicznie nierównoważne (choć nie ma wartości zmiennych, które po podstawieniu w pierwszym schemacie dadzą 0, a w drugim 1)
- (h) p

--

$p \cdot (p \vee q)$

Logicznie równoważne
- (i) 1

p

$1 0 1 0 0$
$p \cdot (p \cdot q)$

Logicznie nierównoważne (choć nie ma wartości zmiennych, które po podstawieniu w pierwszym schemacie dadzą 0, a w drugim 1)
- (j) p

0

$p \vee (p \vee q)$
0 1 0 1 1

Logicznie nierównoważne (choć nie ma wartości zmiennych, które po podstawieniu w pierwszym schemacie dadzą 1, a w drugim 0)
- (k) 1

p

$1 0 1 0 0$
$p \vee (p \cdot q)$

Logicznie nierównoważne (choć nie ma wartości zmiennych, które po podstawieniu w pierwszym schemacie dadzą 0, a w drugim 1)
- (l) $p \vee \sim p$

--

$\sim(q \cdot \sim q)$

Logicznie równoważne