

ROZWIĄZANIA ĆWICZEŃ

6. RÓWNOWAŻNOŚĆ LOGICZNA

Ćwiczenie „Podstawienia”

Podaj po dwa zdania języka polskiego będące podstawieniami następujących schematów zdaniowych.

- (1) $p \rightarrow q$
Jeżeli Samoobrona wyjdzie z koalicji, **to** z koalicji wyjdzie też LPR.
Jeżeli Janek zaprosi Anię do kina, **to** Ania przyjmie zaproszenie.
- (2) $p \rightarrow (q \vee r)$
Jeżeli Samoobrona wyjdzie z koalicji, **to albo** LPR zostanie w koalicji **albo** będą wybory.
Jeżeli Basia pójdzie z Czarkiem do kina, **to** Czarek włoży **albo** krawat **albo** muszkę.
- (3) $(p \bullet q) \rightarrow r$
Jeżeli Samoobrona i LPR pozostaną w koalicji, **to** premier Kaczyński będzie rządził długo.
Jeżeli Darek kupi kwiaty i czekoladki, **to** Ewa mu wybaczy.
- (4) $(p \rightarrow q) \bullet \sim q$
Jeżeli LPR opuści koalicję, **to** będą wczesne wybory, **ale** wczesnych wyborów **nie** będzie.
Jeżeli Franek przestanie przeklinać, **to** Gabrysia się z nim umówi, **ale** Gabrysia **nie** umówi się z Frankiem.
- (5) $(p \rightarrow q) \bullet (\sim p \rightarrow r)$
Jeżeli Samoobrona wyjdzie z koalicji, **to** z koalicji wyjdzie też LPR, **a jeżeli** Samoobrona **nie** wyjdzie z koalicji **to** koalicja będzie jeszcze trwać.
Jeżeli Janek zaprosi Gosię do teatru, **to** Gosia mu odmówi, **a jeżeli** Janek **nie** zaprosi Gosi do teatru, **to** Gosia będzie obrażona.
- (6) $(p \rightarrow \sim q) \bullet (q \rightarrow \sim p)$
Jeżeli SLD złoży wniosek o wotum nieufności wobec rządu, **to** PO **nie** złoży takiego wniosku, **a jeżeli** PO złoży taki wniosek, **to** **nie** złoży go SLD.
Jeżeli Janek pójdzie z Zosią do kina, **to** Robert do kina z nią **nie** pójdzie, **a jeżeli** Robert pójdzie z Zosią do kina, **to** Janek do kina z nią **nie** pójdzie.
- (7) $[(p \rightarrow r) \bullet (q \rightarrow r)] \rightarrow [(p \vee q) \rightarrow r]$
Jeżeli prawdą jest **zarówno**, że rząd Kaczyńskiego poda się do dymisji **jeżeli** Samoobrona wyjdzie z koalicji, **jak i** że rząd Kaczyńskiego poda się do dymisji **jeżeli** LPR wyjdzie z koalicji, **to** prawdą też jest, że rząd Kaczyńskiego poda się do dymisji **jeżeli albo** Samoobrona **albo** LPR wyjdzie z koalicji.
Jeżeli prawdą jest **zarówno**, że Zosia zgodzi się pójść do kina **jeżeli** zaprosi ją Wacek, **jak i** że Zosia zgodzi się pójść do kina **jeżeli** zaprosi ją Jacek, **to** prawdą też jest, że Zosia zgodzi się pójść do kina **jeżeli** zaprosi ją Wacek **lub** Jacek.

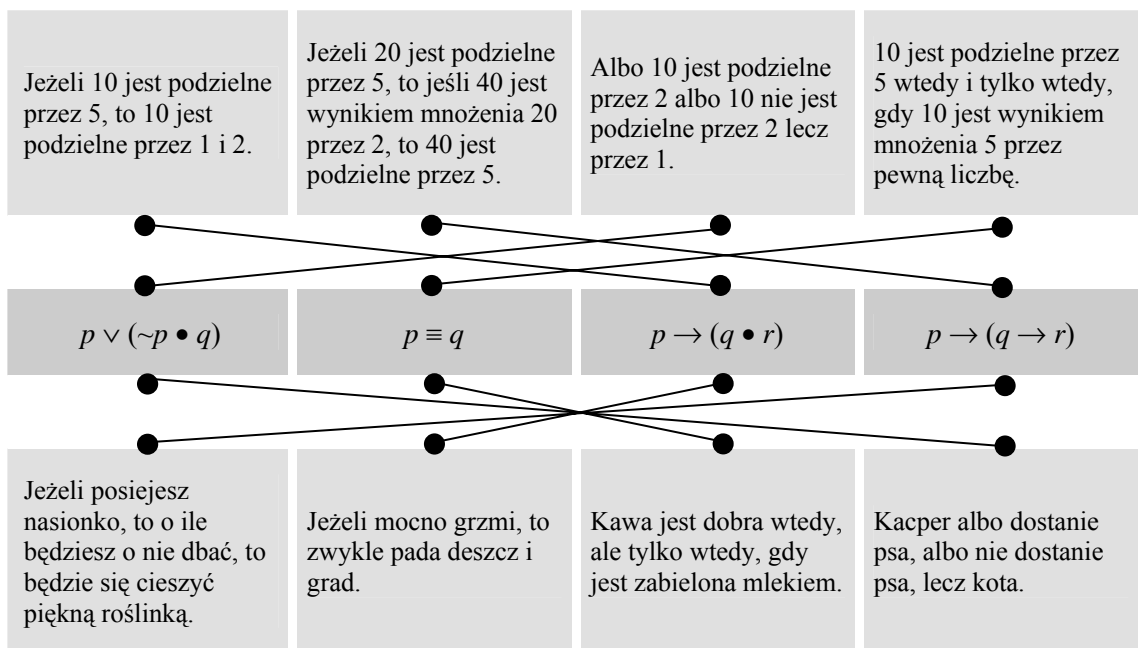
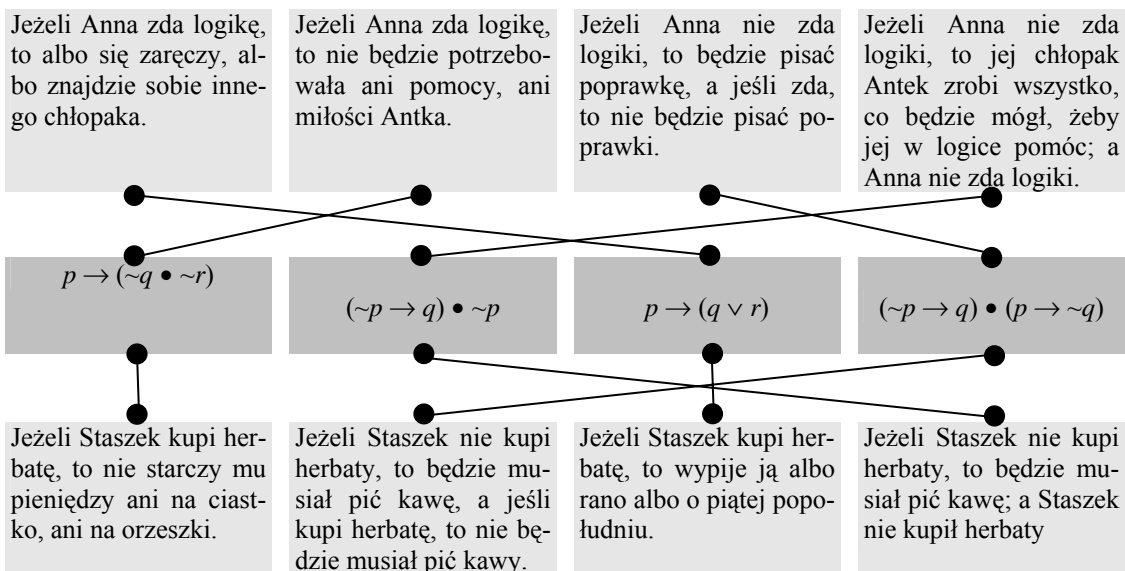
Ćwiczenie „Właściwy schemat zdaniowy – 1”

Podaj właściwy schemat zdaniowy dla następujących zdań:

$A \rightarrow (B \rightarrow A)$	$p \rightarrow (q \rightarrow p)$
$A \rightarrow (A \rightarrow B)$	$p \rightarrow (p \rightarrow q)$
$(A \rightarrow B) \rightarrow A$	$(p \rightarrow q) \rightarrow p$
$(A \vee B) \rightarrow (\sim A \equiv \sim B)$	$(p \vee q) \rightarrow (\sim p \equiv \sim q)$
$\sim(A \bullet \sim(B \rightarrow \sim C))$	$\sim(p \bullet \sim(q \rightarrow \sim r))$
A	p
$(A \vee B) \bullet (A \vee C)$	$(p \vee q) \bullet (p \vee r)$
$(A \bullet B) \vee (C \bullet B)$	$(p \bullet q) \vee (r \bullet q)$

Ćwiczenie „Właściwy schemat zdaniowy – 2”

Połącz zdania z ich właściwymi schematami zdaniowymi:



Ćwiczenie „Właściwe schematy logiczne par zdań – 1”

(1) $A \rightarrow B$
 $B \vee \sim A$

$$p \rightarrow q$$

$$q \vee \sim p$$

(2) $A \rightarrow B$
 $A \vee \sim B$

$$p \rightarrow q$$

$$p \vee \sim q$$

(3) $(A \bullet B) \rightarrow C$
 $\sim C \vee \sim A$

$$(p \bullet q) \rightarrow r$$

$$\sim r \vee \sim p$$

(4) $(A \rightarrow B) \rightarrow A$
 $\sim A \equiv \sim B$

$$(p \rightarrow q) \rightarrow p$$

$$\sim p \equiv \sim q$$

(5) $A \rightarrow (B \rightarrow A)$
 $B \rightarrow (C \bullet A)$

$$p \rightarrow (q \rightarrow p)$$

$$q \rightarrow (r \bullet p)$$

(6) $\sim(A \vee \sim(B \rightarrow \sim C))$
 $\sim B$

$$\sim(p \vee \sim(q \rightarrow \sim r))$$

$$\sim q$$

(7) $(A \bullet B) \rightarrow (\sim A \equiv \sim B)$
 $C \rightarrow (\sim B \rightarrow \sim A)$

$$(p \bullet q) \rightarrow (\sim p \equiv \sim q)$$

$$r \rightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$$

Ćwiczenie „Równoważność logiczna - 1”

(1)

p	q	$\sim(p \vee q)$			$\sim p \bullet \sim q$		
1	1	$\sim(1 \vee 1)$	$\sim(1)$	0	$\sim 1 \bullet \sim 1$	$0 \bullet 0$	0
1	0	$\sim(1 \vee 0)$	$\sim(1)$	0	$\sim 1 \bullet \sim 0$	$0 \bullet 1$	0
0	1	$\sim(0 \vee 1)$	$\sim(1)$	0	$\sim 0 \bullet \sim 1$	$1 \bullet 0$	0
0	0	$\sim(0 \vee 0)$	$\sim(0)$	1	$\sim 0 \bullet \sim 0$	$1 \bullet 1$	1

Schematy te są

- są logicznie równoważne
- nie są logicznie równoważne

(2)

p	q	$p \vee q$		$\sim(\sim p \bullet \sim q)$			
1	1	$1 \vee 1$	1	$\sim(\sim 1 \bullet \sim 1)$	$\sim(0 \bullet 0)$	$\sim(0)$	1
1	0	$1 \vee 0$	1	$\sim(\sim 1 \bullet \sim 0)$	$\sim(0 \bullet 1)$	$\sim(0)$	1
0	1	$0 \vee 1$	1	$\sim(\sim 0 \bullet \sim 1)$	$\sim(1 \bullet 0)$	$\sim(0)$	1
0	0	$0 \vee 0$	0	$\sim(\sim 0 \bullet \sim 0)$	$\sim(1 \bullet 1)$	$\sim(1)$	0

Schematy te są

- są logicznie równoważne
- nie są logicznie równoważne

(3)

p	q	$p \vee q$		$\sim p \bullet \sim q$		
1	1	$1 \vee 1$	1	$\sim 1 \bullet \sim 1$	$0 \bullet 0$	0
1	0	$1 \vee 0$	1	$\sim 1 \bullet \sim 0$	$0 \bullet 1$	0
0	1	$0 \vee 1$	1	$\sim 0 \bullet \sim 1$	$1 \bullet 0$	0
0	0	$0 \vee 0$	0	$\sim 0 \bullet \sim 0$	$1 \bullet 1$	1

Schematy te są

- są logicznie równoważne
- nie są logicznie równoważne

(4)

p	q	$\sim(p \rightarrow q)$			$\sim p \equiv \sim q$		
1	1	$\sim(1 \rightarrow 1)$	$\sim(1)$	0	$\sim 1 \equiv \sim 1$	$0 \equiv 0$	1
1	0	$\sim(1 \rightarrow 0)$	$\sim(0)$	1	$\sim 1 \equiv \sim 0$	$0 \equiv 1$	0
0	1	$\sim(0 \rightarrow 1)$	$\sim(1)$	0	$\sim 0 \equiv \sim 1$	$1 \equiv 0$	0
0	0	$\sim(0 \rightarrow 0)$	$\sim(1)$	0	$\sim 0 \equiv \sim 0$	$1 \equiv 1$	1

Schematy te są

- są logicznie równoważne
- nie są logicznie równoważne

(5)

p	q	$\sim(p \rightarrow q)$			$p \rightarrow \sim q$		
1	1	$\sim(1 \rightarrow 1)$	$\sim(1)$	0	$1 \rightarrow \sim 1$	$1 \rightarrow 0$	0
1	0	$\sim(1 \rightarrow 0)$	$\sim(0)$	1	$1 \rightarrow \sim 0$	$1 \rightarrow 1$	1
0	1	$\sim(0 \rightarrow 1)$	$\sim(1)$	0	$0 \rightarrow \sim 1$	$0 \rightarrow 0$	1
0	0	$\sim(0 \rightarrow 0)$	$\sim(1)$	0	$0 \rightarrow \sim 0$	$0 \rightarrow 1$	1

Schematy te są

- są logicznie równoważne
- nie są logicznie równoważne

Ćwiczenie „Równoważność logiczna – 2”

- pary schematów logicznie równoważnych
 pary schematów logicznie nierównoważnych

- | | | | |
|---|--|---|---|
| (1) $p \rightarrow q$
<input checked="" type="checkbox"/> $p \vee \sim q$ | (2) $p \rightarrow q$
<input checked="" type="checkbox"/> $\sim p \vee q$ | (3) $\sim(p \rightarrow q)$
<input checked="" type="checkbox"/> $p \bullet \sim q$ | (4) $(p \equiv q)$
<input checked="" type="checkbox"/> $(p \rightarrow q) \bullet (q \rightarrow p)$ |
| (5) $\sim(p \equiv q)$
<input checked="" type="checkbox"/> $\sim(p \bullet q) \vee (\sim p \vee \sim q)$ | (6) $p \bullet p$
<input checked="" type="checkbox"/> $p \vee p$ | (7) $p \vee p$
<input checked="" type="checkbox"/> $\sim p \vee \sim p$ | (8) $p \rightarrow p$
<input checked="" type="checkbox"/> $\sim p \rightarrow \sim p$ |

Ćwiczenie „Równoważność logiczna - 3”

- (1) (a) Pada tylko wtedy, gdy niebo jest zachmurzone.
 (b) Pada wtedy, gdy niebo jest zachmurzone.
 (c) Pada wtedy i tylko wtedy, gdy niebo jest zachmurzone.

Symbolizacje:

- [1a] $P \rightarrow N$
 [1b] $N \rightarrow P$
 [1c] $P \equiv N$

P: Pada
 N: Niebo jest zachmurzone

Schematy

- $p \rightarrow q$
 $q \rightarrow p$
 $p \equiv q$

Konstruujemy trzy matryce logiczne

p	q	$p \rightarrow q$		$q \rightarrow p$		$p \equiv q$	
1	1	$1 \rightarrow 1$	1	$1 \rightarrow 1$	1	$1 \equiv 1$	1
1	0	$1 \rightarrow 0$	0	$0 \rightarrow 1$	1	$1 \equiv 0$	0
0	1	$0 \rightarrow 1$	1	$1 \rightarrow 0$	0	$0 \equiv 1$	0
0	0	$0 \rightarrow 0$	1	$0 \rightarrow 0$	1	$0 \equiv 0$	1

i porównujemy je ze sobą. Okazuje się, że żaden z tych schematów logicznych nie jest równoważny z którymkolwiek z pozostałych. Matryce logiczne dla schematów $p \rightarrow q$ oraz $q \rightarrow p$ różnią się w rzędzie drugim i trzecim. Matryce logiczne dla schematów $p \rightarrow q$ oraz $p \equiv q$ różnią się w rzędzie trzecim. A matryce logiczne dla schematów $q \rightarrow p$ oraz $p \equiv q$ różnią się w rzędzie drugim. Wnioskujemy zatem, że w danej trójce zdań nie ma pary zdań logicznie równoważnych.

- (2) (a) Jeżeli nie odbędą się przedterminowe wybory, to wyborcy opozycji będą zawiedzeni.
 (b) Albo odbędą się przedterminowe wybory, albo wyborcy opozycji będą zawiedzeni.

Schematy $\sim p \rightarrow q$ oraz $p \vee q$ są logicznie równoważne.

- (3) (a) Jeżeli nie odbędą się przedterminowe wybory, to wyborcy opozycji będą zawiedzeni.
 (b) Albo nie odbędą się przedterminowe wybory, albo wyborcy opozycji będą zawiedzeni.

Schematy $\sim p \rightarrow q$ oraz $\sim p \vee q$ nie są logicznie równoważne.

- (4) (a) Ani wyborcy LPR-u ani wyborcy Samoobrony nie będą zawiedzeni.
 (b) Zawiedzeni będą wyborcy Samoobrony, nie LPR-u.

Schematy $\sim p \bullet \sim q$ oraz $q \bullet \sim p$ nie są logicznie równoważne.

- (5) (a) Fałszem jest, że ani wyborcy LPR-u ani wyborcy Samoobrony nie będą zawiedzeni.
 (b) Zawiedzeni będą zarówno wyborcy Samoobrony, jak i wyborcy LPR-u.
 (c) Zawiedzeni będą albo wyborcy Samoobrony albo wyborcy LPR-u.

Schematy (a) $\sim(\sim p \bullet \sim q)$ i (b) $q \bullet p$ nie są logicznie równoważne.

Schematy (a) $\sim(\sim p \bullet \sim q)$ i (c) $q \vee p$ są logicznie równoważne.

Schematy (b) $q \bullet p$ i (c) $q \vee p$ nie są logicznie równoważne.

- (6) (a) Jeżeli Marszałek Sejmu odejdzie z PIS, to odbędą się przedterminowe wybory.
 (b) Jeżeli Marszałek Sejmu nie odszedł z PIS, to nie odbyły się przedterminowe wybory.
 (c) Jeżeli nie odbyły się przedterminowe wybory, to Marszałek Sejmu nie odszedł z PIS.

Schematy (a) $p \rightarrow q$ i (b) $\sim p \rightarrow \sim q$ nie są logicznie równoważne.

Schematy (a) $p \rightarrow q$ i (c) $\sim q \rightarrow \sim p$ są logicznie równoważne.

Schematy (b) $\sim p \rightarrow \sim q$ i (c) $\sim q \rightarrow \sim p$ nie są logicznie równoważne.

- (7) (a) Sejm zmieni Artykuł 30 Konstytucji tylko jeśli się posłowie koalicji zostaną zmobilizowani i nie będą zastraszeni wyborami.
 (b) Jeśli posłowie koalicji nie zostaną zmobilizowani a będą przestraszeni wyborami, to Sejm nie zmieni Artykułu 30 Konstytucji.
 (c) Jeśli posłowie koalicji nie zostaną jednocześnie zmobilizowani i nie zastraszeni wyborami, to Sejm nie zmieni Artykułu 30 Konstytucji.

Schematy (a) $p \rightarrow (q \bullet \sim r)$ i (b) $(\sim q \bullet r) \rightarrow \sim p$ nie są logicznie równoważne.

Schematy (a) $p \rightarrow (q \bullet \sim r)$ i (c) $\sim(q \bullet \sim r) \rightarrow \sim p$ są logicznie równoważne.

Schematy (b) $(\sim q \bullet r) \rightarrow \sim p$ i (c) $\sim(q \bullet \sim r) \rightarrow \sim p$ nie są logicznie równoważne.

- (8) (a) Marszałek Sejmu nie zrezygnuje z funkcji tylko jeśli Sejm zmieni albo Artykuł 38 albo Artykuł 30 Konstytucji.
 (b) Jeżeli Sejm albo nie zmienił Artykułu 38 albo nie zmienił Artykułu 30 Konstytucji, to Marszałek Sejmu zrezygnował z funkcji.
 (c) Jeżeli Sejm nie zmienił ani Artykułu 38 ani Artykułu 30 Konstytucji, to Marszałek Sejmu zrezygnował z funkcji.

Schematy (a) $\sim p \rightarrow (q \vee r)$ i (b) $(\sim q \vee \sim r) \rightarrow p$ nie są logicznie równoważne.

Schematy (a) $\sim p \rightarrow (q \vee r)$ i (c) $(\sim q \bullet \sim r) \rightarrow p$ są logicznie równoważne.

Schematy (b) $(\sim q \vee \sim r) \rightarrow p$ i (c) $(\sim q \bullet \sim r) \rightarrow p$ nie są logicznie równoważne.

- (9) (a) Jeżeli nie odbędą się przedterminowe wybory, to wyborcy koalicji nie będą zawiedzeni.
 (b) Albo odbędą się przedterminowe wybory, albo wyborcy koalicji nie będą zawiedzeni.
 (c) Albo nie odbędą się przedterminowe wybory, albo wyborcy koalicji nie będą zawiedzeni.
 (d) Albo odbędą się przedterminowe wybory, albo wyborcy koalicji będą zawiedzeni.

(a) $\sim p \rightarrow \sim q$

(b) $p \vee \sim q$

(c) $\sim p \vee \sim q$

(d) $p \vee q$

Tylko schematy (a) $\sim p \rightarrow \sim q$ i (b) $p \vee \sim q$ są logicznie równoważne.

- (10) (a) Nieprawdą jest, że przedterminowe wybory odbędą się wtedy i tylko wtedy, gdy Marszałek Sejmu odejdzie z PiS.
 (b) Albo przedterminowe wybory odbędą się a Marszałek Sejmu nie odejdzie z PiS, albo Marszałek Sejmu odejdzie z PiS a przedterminowe wybory nie odbędą się.
 (c) Albo nieprawda, że jeżeli odbędą się przedterminowe wybory, to Marszałek Sejmu odejdzie z PiS, albo nieprawda, że jeżeli Marszałek Sejmu odejdzie z PiS, to odbędą się przedterminowe wybory.

Wszystkie schematy

- (a) $\sim(p \equiv q)$
 (b) $(p \bullet \sim q) \vee (q \bullet \sim p)$
 (c) $\sim(p \rightarrow q) \vee \sim(q \rightarrow p)$

są logicznie równoważne.

- (11) (a) Albo Marszałek Jurek odejdzie z PiS albo będą przedterminowe wybory.
 (b) Albo LPR albo Samoobrona odejdą z koalicji.

Schematy

- (a) $p \vee q$
 (b) $r \vee s$

nie są logicznie równoważne.



Uwaga! W zadaniu tym można popełnić błąd polegający na niepamiętaniu, że szukamy właściwego schematu logicznego pary zdań. Ktoś, kto ten błąd popełnił może myśleć, że właściwym schematem logicznym zdania (a) jest schemat $p \vee q$, który jest też właściwym schematem logicznym zdania (b). W ten sposób dochodzi się do błędnego wniosku, że zdania (a) i (b) są równoważne.

Ćwiczenie „Równoważność logiczna - 4”

- pary schematów logicznie równoważnych
 pary schematów logicznie nierównoważnych

- | | | |
|--|---|---|
| (1) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$
<input checked="" type="checkbox"/> $(p \bullet q) \rightarrow r$ | (2) $p \rightarrow (q \rightarrow r)$
<input checked="" type="checkbox"/> $p \rightarrow (q \bullet r)$ | (3) $p \rightarrow (\sim q \rightarrow \sim r)$
<input checked="" type="checkbox"/> $\sim p \rightarrow (q \rightarrow r)$ |
| (4) $p \vee (q \bullet r)$
<input checked="" type="checkbox"/> $(p \bullet q) \vee (p \bullet r)$ | (5) $p \bullet (q \vee r)$
<input checked="" type="checkbox"/> $(p \vee q) \bullet (p \vee r)$ | (6) $p \vee (q \bullet r)$
<input checked="" type="checkbox"/> $(p \vee q) \bullet (p \vee r)$ |
| (7) $(p \bullet \sim q) \rightarrow r$
<input checked="" type="checkbox"/> $\sim r \rightarrow (\sim q \rightarrow \sim p)$ | (8) $\sim(p \bullet q) \rightarrow \sim(p \vee q)$
<input checked="" type="checkbox"/> $\sim(\sim p \equiv q)$ | (9) $\sim(p \vee q) \vee \sim r$
<input checked="" type="checkbox"/> $\sim(r \bullet p) \bullet \sim(r \bullet q)$ |