

3. SYMBOLIZACJA ZDAŃ JĘZYKA NATURALNEGO I

Podobnie jak tłumaczenie z jednego języka naturalnego na drugi język naturalny, tak symbolizacja zdań języka naturalnego (tłumaczenie z języka naturalnego na język logiki zdań) ma dużo wspólnego ze sztuką, a w każdym razie wymaga dobrego opanowania obu języków. Jest to chyba podstawowy powód, dla którego symbolizacja jest zajęciem w ogóle – a dla początkujących w szczególności – niełatwym. Mimo tych (choć nie wszystkich) rzeczy jasna, które będziecie tu krok po kroku poznawać, symbolizacja jest też umiejętnością nie tylko ważną, ale i pożyteczną. Bez niej logika okazuje się niepraktyczna.

Uwaga! Temat ten będzie nie do przejścia, jeżeli będziecie go po prostu czytać. Uśniecie po przeczytaniu drugiej strony. *Konieczne* jest abyście wzięli do ręki ołówek i samodzielnie wpisywali symbolizację podanych zdań, a następnie konfrontowali z przebiegiem symbolizacji przeze mnie podawanej.

Cele

- umiejętność określenia spójnika głównego zdań złożonych (metoda łączenia nawiasów)
- umiejętność odnajdywania spójnika głównego w zdaniach języka naturalnego
- umiejętność symbolizacji rozbudowanych zdań języka naturalnego

3.1. Spójnik główny (ujęcie bez negacji)

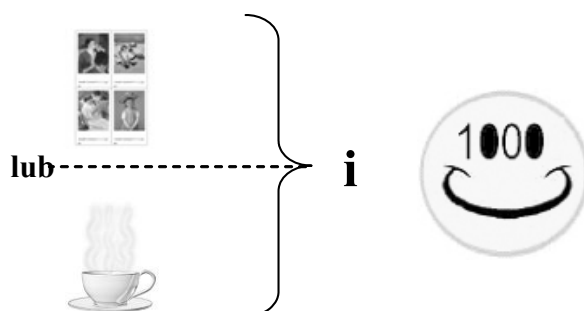
Zanim przejdziemy do symbolizacji musimy zrozumieć, czym jest spójnik (funktor) główny. Funktorem głównym jest ten spójnik, który określa naturę danego zdania złożonego. Jest to też ten spójnik, który został umieszczony na samym końcu w hipotetycznej konstrukcji danego zdania.

3.1.1. Gdy niejasne jest w języku naturalnym, który spójnik jest główny...

Rozważmy następującą wypowiedź – Krzysztof zwraca się do Jadwigi: „Pokażę Ci moje znaczki lub zrobię Ci kawę i dam Ci 1000 zł.” Wypowiedź Krzysztofa jest dwuznaczna – można ją interpretować na dwa skrajnie różne sposoby:

Interpretacja A (optymistyczna)

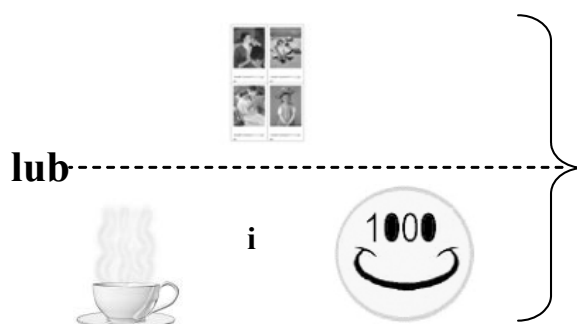
(Pokażę Ci moje znaczki lub zrobię Ci *k*awę) i dam Ci *t*ysiąc złotych.
 $(Z \vee K) \bullet T$



Innymi słowy: Albo Krzysztof pokaże Jadwidze znaczki albo zrobi jej kawę, ale tak czy inaczej da jej 1000 zł.

Interpretacja B

Pokażę Ci moje znaczki lub (zrobię Ci *k*awę i dam Ci *t*ysiąc złotych).
 $Z \vee (K \bullet T)$



Mamy tu do czynienia z dwoma opcjami: Albo Krzysztof pokaże Jadwidze znaczki, albo zarówno zrobi jej kawę, jak i da jej tysiąc złotych.

Przy pierwszej interpretacji, Krzysztof byłby zobowiązany dać Jadwidze 1000 zł oraz albo zrobić jej kawę, albo pokazać znaczki. W drugim wypadku Krzysztof nie jest zobowiązany dać Jadwidze 1000 zł (choć zrobi to – jeżeli wybierze drugą opcję: zrobi jej kawę i da pieniądze).

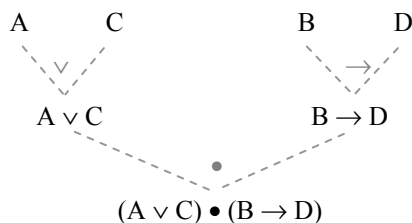
Różnica między tymi dwoma interpretacjami jest kolosalna (i bardzo wymierna) – z syntaktycznego punktu widzenia zasada się ona w innym ułożeniu nawiasów, co bezpośrednio wiąże się z tym, że inny spójnik zdaniowy jest spójnikiem głównym. Przy interpretacji A spójnikiem głównym jest spójnik koniunkcji, a przy interpretacji B – spójnik alternatywy.

Należy zwrócić uwagę, że użycie wyrażeń ‘i’, ‘lub’, ‘jeśli’ sprzyja dwuznaczności sformułowań. Na szczęście zarówno dla koniunkcji, alternatywy jak i implikacji istnieją wyrażenia odpowiadające dwuczłonowości tych zdań złożonych a pozwalające na sformułowanie zdań jednoznacznych; są to odpowiednio: ‘zarazem ... i ...’, ‘albo ... albo ...’, ‘jeżeli ... , to ...’.

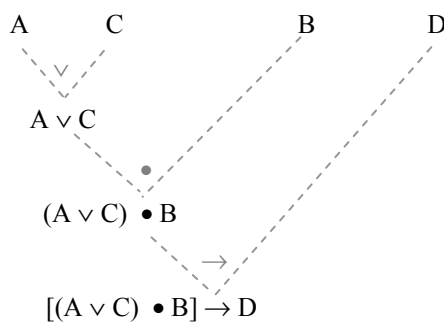
3.1.2. Spójnik główny

Spójnik główny określa, jakiego rodzaju zdaniem złożonym jest dane zdanie – czy jest ono negacją, koniunkcją, alternatywą, równoważnością, czy implikacją. W zdaniu $(A \vee C) \bullet (B \rightarrow D)$, spójnikiem głównym jest spójnik koniunkcji. W zdaniu $A \vee [C \bullet (B \rightarrow D)]$, spójnikiem głównym jest spójnik alternatywy. W zdaniu $[(A \vee C) \bullet B] \rightarrow D$, spójnikiem głównym jest spójnik implikacji.

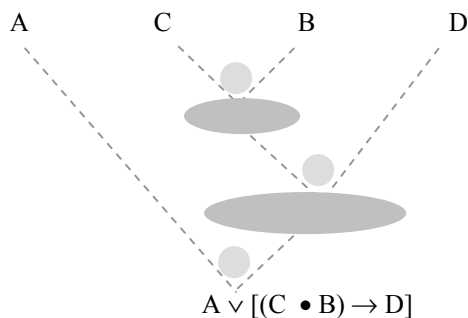
Jeżeli wyobrazilibyśmy sobie proces składania zdania złożonego ze zdań prostych, wówczas spójnik główny jest ostatnim spójnikiem, którego używamy w konstrukcji danego zdania. Konstrukcja zdania $(A \vee C) \bullet (B \rightarrow D)$, przebiega w następujący sposób:



Natomiast konstrukcja zdania $[(A \vee C) \bullet B] \rightarrow D$, przebiega tak, że spójnik implikacji wstawiamy jako ostatni:



Uzupełnij schemat konstrukcji zdania $A \vee [(C \bullet B) \rightarrow D]$ oraz samodzielnie podaj schemat konstrukcji zdania $A \vee [C \bullet (B \rightarrow D)]$:



A C B D

$$A \vee [C \bullet (B \rightarrow D)]$$

3.1.3. Metoda łączenia nawiasów

Ważne jest, aby nauczyć się rozpoznawać który spójnik jest funktorem głównym nawet w bardzo skomplikowanych zdaniach, takich jak np.:

$$(((A \vee B) \bullet (C \vee D)) \rightarrow C) \equiv (A \rightarrow ((C \rightarrow D) \rightarrow B))$$

Służy do tego prosta metoda łączenia nawiasów w pary. Zaczynamy od nawiasów najbardziej wewnętrznych – łączących zdania proste.

$$(((\underbrace{A \vee B}_{\text{parę}}) \bullet (\underbrace{C \vee D}_{\text{parę}})) \rightarrow C) \equiv (A \rightarrow ((\underbrace{C \rightarrow D}_{\text{parę}}) \rightarrow B))$$

Połączone w ten sposób nawiasy ujmują zdania, które traktujemy w myśli jako całości (całe zdania)

$$(((\underbrace{A \vee B}_{\text{całe zdanie}}) \bullet (\underbrace{C \vee D}_{\text{całe zdanie}})) \rightarrow C) \equiv (A \rightarrow ((\underbrace{C \rightarrow D}_{\text{całe zdanie}}) \rightarrow B))$$

i zastanawiamy się, z jakimi zdaniami zostały połączone.

$$(((\underbrace{A \vee B}_{\text{całe zdanie}}) \bullet (\underbrace{C \vee D}_{\text{całe zdanie}})) \rightarrow C) \equiv (A \rightarrow ((\underbrace{C \rightarrow D}_{\text{całe zdanie}}) \rightarrow B))$$

I tak dalej, aż powiążemy wszystkie nawiasy. Spójnik łączący zdania ujęte w najbardziej zewnętrzne nawiasy jest spójnikiem głównym:

$$(((\underbrace{A \vee B}_{\text{całe zdanie}}) \bullet (\underbrace{C \vee D}_{\text{całe zdanie}})) \rightarrow C) \equiv (A \rightarrow ((\underbrace{C \rightarrow D}_{\text{całe zdanie}}) \rightarrow B))$$

W tym wypadku spójnikiem głównym jest spójnik równoważności.

Ćwiczenie „Spójnik główny bez negacji – 1”

Stosując metodę łączenia nawiasów, wskaż spójnik główny w następujących zdaniach.

1. $(A \bullet B) \vee (C \rightarrow D)$
2. $A \bullet (B \vee (C \rightarrow D))$
3. $((A \bullet B) \vee C) \rightarrow D$
4. $A \bullet ((B \vee C) \rightarrow D)$
5. $(A \bullet (B \vee C)) \rightarrow D$
6. $(A \rightarrow A) \rightarrow (A \rightarrow B)$
7. $A \rightarrow (A \rightarrow (A \rightarrow B))$
8. $((A \rightarrow A) \rightarrow A) \rightarrow B$
9. $((A \bullet B) \bullet C) \equiv (A \vee C) \rightarrow (A \bullet (B \vee C))$
10. $((A \equiv B) \rightarrow (B \equiv C)) \bullet (C \rightarrow D) \vee (B \rightarrow ((A \bullet B) \equiv C))$
11. $((A \vee B) \bullet (C \vee D)) \rightarrow C \equiv ((A \rightarrow ((C \rightarrow D) \rightarrow B)) \rightarrow D)$

Ćwiczenie „Spójnik główny bez negacji – 2”

Zapisz zdania języka polskiego przedstawione za pomocą formuł logicznych korzystając z odpowiednich legend. Uważaj aby zdania były jednoznaczne – w tym celu posługuj się jednoznacznymi wyrażeniami spójnikowymi: ‘albo... albo...’, ‘zarówno... jak i...’ (ew. ‘zarazem... i...’), ‘jeżeli... to...’.

A: Anna zostanie ukarana.
B: Bogdan zostanie ukarany.
C: Cecylia zostanie ukarana.

A: Ala zrobi obiad.
B: Beata umyje naczynia.
C: Cezary odkurzy dom.

- (1) $(A \bullet B) \vee C$
- (2) $A \bullet (B \vee C)$
- (3) $A \rightarrow (B \bullet C)$
- (4) $(A \rightarrow B) \bullet C$
- (5) $(A \vee B) \rightarrow C$
- (6) $A \vee (B \rightarrow C)$
- (7) $(B \bullet A) \vee (B \bullet C)$

Ćwiczenie „Spójnik główny bez negacji – 3”

Podane niżej są przykłady zdań niejednoznacznych. Znajdź wszystkie możliwe interpretacje tych zdań. Podaj ich symbolizację oraz wyraż je w języku polskim posługując się jednoznaczными wyrażeniami spójnikowymi: ‘albo... albo...’, ‘zarówno... jak i...’ (ew. ‘zarazem... i...’), ‘jeżeli... to...’.

A: **A**la odkurzy dom.

C: **C**zesia zrobi kolację.

B: **B**oguś zrobi obiad.

D: **D**amian umyje naczynia.

(a) **A**la odkurzy dom lub **B**oguś zrobi obiad i **C**zesia zrobi kolację.

1: $A \vee (B \bullet C)$

2: $(A \vee B) \bullet C$

(b) **B**oguś zrobi obiad i **C**zesia zrobi kolację jeśli **D**amian umyje naczynia.

1: $D \rightarrow (B \bullet C)$

2: $B \bullet (D \rightarrow C)$

(c) **A**la odkurzy dom lub **B**oguś zrobi obiad i **C**zesia zrobi kolację jeśli **D**amian umyje naczynia.

[Rozpocznij od wszystkich możliwych opcji wstawienia dwóch par nawiasów do zdania (c) – dla ułatwienia zdanie to jest przytoczone niżej dla wszystkich pięciu możliwych interpretacji tego zdania.]

1: **A**la odkurzy dom lub **B**oguś zrobi obiad i **C**zesia zrobi kolację jeśli **D**amian umyje naczynia

2: **A**la odkurzy dom lub **B**oguś zrobi obiad i **C**zesia zrobi kolację jeśli **D**amian umyje naczynia

3: **A**la odkurzy dom lub **B**oguś zrobi obiad i **C**zesia zrobi kolację jeśli **D**amian umyje naczynia

4: **A**la odkurzy dom lub **B**oguś zrobi obiad i **C**zesia zrobi kolację jeśli **D**amian umyje naczynia

5: **A**la odkurzy dom lub **B**oguś zrobi obiad i **C**zesia zrobi kolację jeśli **D**amian umyje naczynia

3.2. Spójnik główny (ujęcie uwzględniające negację)

3.2.1. Dwa przykłady

Rozważmy dwa zdania (1) i (2).

$$(1) \quad \sim(N \bullet P)$$

$$(2) \quad \sim N \bullet P$$

Zdanie (1) jest to negacja koniunkcji $N \bullet P$ – spójnikiem głównym jest spójnik negacji. Zdanie (2) jest to koniunkcja, której pierwszy człon jest negacją – spójnikiem głównym jest spójnik koniunkcji. Różnica między tymi zdaniami jest bardzo duża. Przyjmijmy, że ‘N’ zastępuje zdanie ‘Adam pójdzie do nieba’, a ‘P’ zastępuje zdanie ‘Adam pójdzie do piekła’.

(1') Nieprawda, że Adam pójdzie zarówno do nieba, jak i do piekła.

(2') Adam nie pójdzie do nieba, lecz do piekła.

Zdanie (1') jest prawdziwe i mówi tylko, że Adam nie może pójść jednocześnie do nieba i do piekła, nie przesądzając jednocześnie dokąd pójdzie. Rzecz się ma inaczej w przypadku zdania (2'), gdzie twierdzi się już z pewnością, że Adam pójdzie do piekła, a nie do nieba.

Rozważmy jeszcze jeden przykład. Zdania:

(3) Nieprawda, że Ela dostała dwójkę i trójkę na egzaminie końcowym.

(4) Ela nie dostała dwójki na egzaminie końcowym, ale dostała trójkę.

zapiszemy analogicznie (wpisz odpowiednie formuły logiczne przyjmując, że ‘D’ zastępuje ‘Ela dostała dwójkę na egzaminie końcowym’ a ‘T’ – ‘Ela dostała trójkę na egzaminie końcowym’):

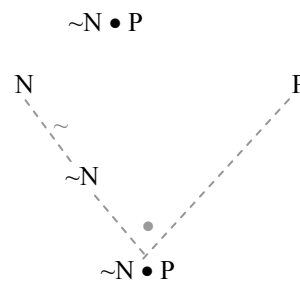
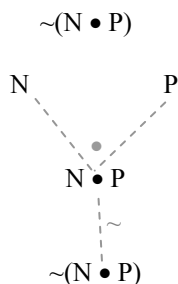
(3')

(4')

Zdanie (3) jest negacją koniunkcji. Mówi ono tylko, że Ela nie dostała zarazem dwóch ocen – oceny dostatecznej i niedostatecznej, nie przesądzając jednocześnie, jaką ocenę Ela otrzymała. (W szczególności – zdanie (3) pozostaje prawdziwe, nawet jeżeli Ela otrzymała piątkę – czy jakkolwiek inną ocenę.) Rzecz się ma inaczej w przypadku zdania (4), gdzie stwierdza się już jaką ocenę Ela otrzymała.

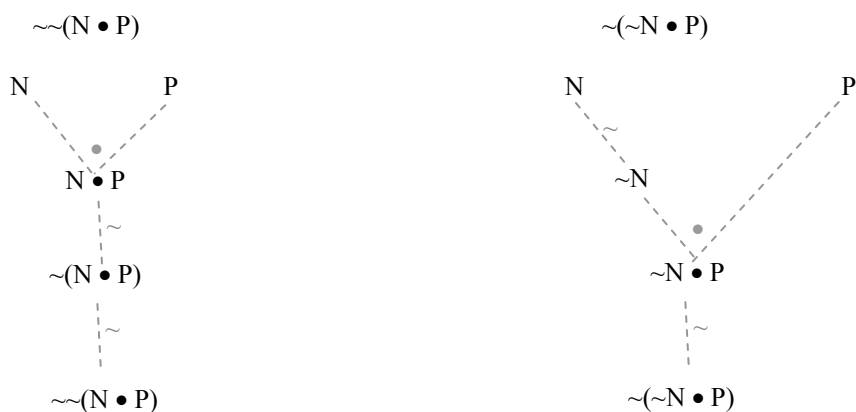
3.2.2. Spójnik główny

Jeżeli mielibyśmy wyobrazić sobie, jak przebiegał proces konstrukcji zdań o których właśnie mówiliśmy to musiałby wyglądać jak następuje – stosowane są te same procedury składania (negacja i koniunkcja), lecz w innej kolejności.



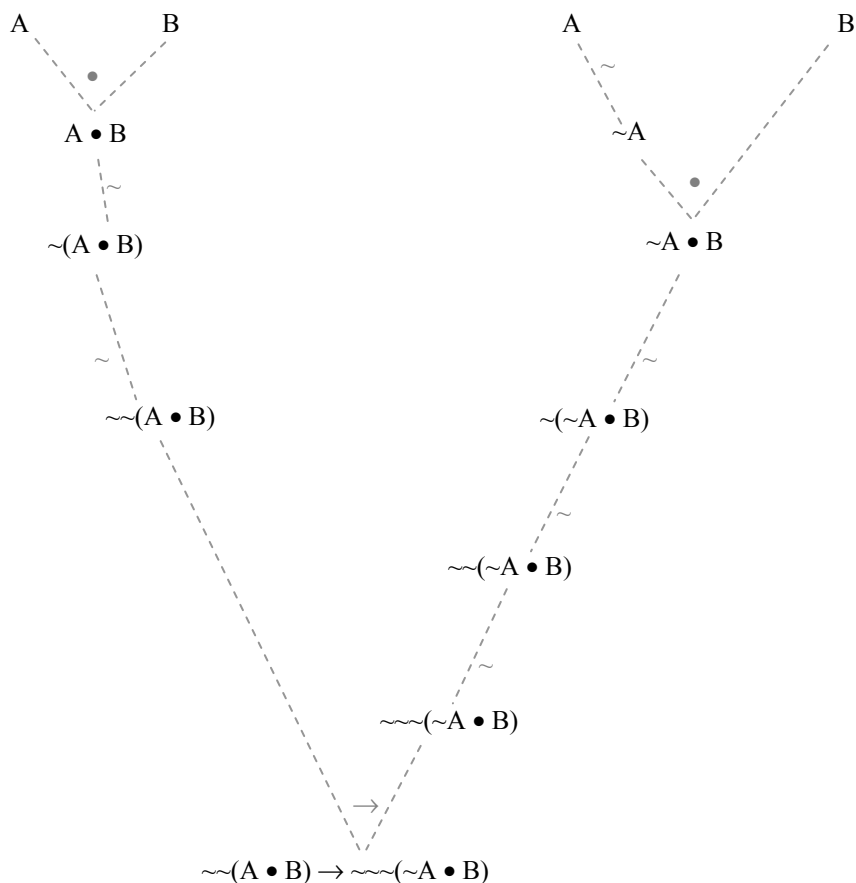
W zdaniu $\sim(N \bullet P)$ spójnikiem głównym jest spójnik negacji, który jest ostatnim spójnikiem użytym w konstruowaniu tego zdania. W zdaniu $\sim N \bullet P$ natomiast ostatnim spójnikiem użytym w budowaniu tego zdania jest spójnik koniunkcji i to on jest spójnikiem głównym.

Skontrastujmy ze sobą jeszcze budowę dwóch następujących zdań: $\sim\sim(N \bullet P)$ oraz $\sim(\sim N \bullet P)$:



W obydwu zdaniach spójnikiem głównym jest (pierwszy) spójnik negacji. Zdania te różnią się tym, co jest negowane za pomocą spójnika głównego. W zdaniu $\sim\sim(N \bullet P)$ zdaniem negowanym przez spójnik główny jest negacja koniunkcji zdań prostych. W zdaniu $\sim(\sim N \bullet P)$ natomiast zdaniem negowanym przez spójnik główny jest koniunkcja, której drugim członem jest zdanie proste, a którego pierwszym członem jest negacja zdania prostego.

Oczywiście można konstruować jeszcze bardziej złożone zdania. Oto schemat konstrukcji zdania $\sim\sim(A \bullet B) \rightarrow \sim\sim\sim(\sim A \bullet B)$:



3.2.3. Metoda łączenia nawiasów

Spójnik negacji się różni od pozostałych spójników tym, że jest spójnikiem jednoargumentowym. Istnieją w związku z tym dwie konwencje. Można stosować konwencję wstawiania nawiasów wokół każdego zdania podrzędnego łącznie z negacją (konwencja „oni”), choć dużo prościej jest wykluczyć negację z tej konwencji (konwencja „my”). Oto parę przykładów zdań zapisanych w tych konwencjach:

“my”	“oni”
$\sim A \vee \sim B$	$(\sim A) \vee (\sim B)$
$\sim \sim B$	$\sim(\sim B)$
$\sim \sim \sim C$	$\sim(\sim(\sim C))$
$\sim \sim \sim C \vee \sim B$	$\sim(\sim(\sim C)) \vee (\sim B)$
$(\sim B \bullet \sim \sim A) \rightarrow \sim D$	$((\sim B) \bullet (\sim(\sim A))) \rightarrow (\sim D)$
$\sim \sim(A \bullet B)$	$\sim(\sim(A \bullet B))$
$\sim A \bullet B$	$(\sim A) \bullet B$
$\sim(A \bullet B)$	$\sim(A \bullet B)$

Mam nadzieję, że podzielacie zdanie, iż zdania zapisane w naszej konwencji są czytelniejsze. Jednakże koszt tego prostszego zapisu jest taki, że musimy niejako w myśli wstawiać nawiasy wokół tych negacji. Inaczej mówiąc musimy nauczyć się te zdania odczytywać.

Kluczowy jest fakt, że funktor negacji związany jest z następującym tuż po nim znakiem. Możliwe są trzy sytuacje. Bezpośrednio po znaku negacji może występować:

(i) stała zdaniowa

Jeżeli znak następujący po symbolu negacji to stała zdaniowa, to negowane jest zdanie, które zastępowane jest przez tę stałą. W zdaniu:

$$\sim A \vee B$$

po symbolu negacji występuje stała zdaniowa ‘A’, a negowane jest zdanie A.

(ii) nawias

Jeżeli znak następujący po symbolu negacji to nawias, to negowane jest zdanie objęte tym nawiasem. W zdaniach:

$$\sim(A \vee B)$$

$$\sim(A \vee B) \rightarrow C$$

po symbolu negacji występuje nawias, który obejmuje alternatywę $A \vee B$, i to właśnie ta alternatywa jest negowana. Oczywiście w zdaniu:

$$\sim(A \bullet (B \vee C))$$

negowana jest koniunkcja $A \bullet (B \vee C)$, która objęta jest nawiasem występującym po symbolu negacji.

(iii) symbol negacji

Jeżeli po (pierwszym) symbolu negacji występuje kolejny symbol negacji:

$$\sim \sim A \vee B$$

to negowana jest negacja – w tym wypadku $\sim A$. Drugi znak negacji natomiast dotyczy już zdania A:

$$\sim \sim A \vee B$$

Metodę łączenia nawiasów stosuje się tak samo, jak wyżej za wyjątkiem tego, że musimy uwzględnić powyższe fakty dotyczące zachowania funktora negacji. Rozważmy równoległe dwa proste przykłady (spróbujcie rozstrzygnąć samodzielnie, który spójnik jest główny).

$$\sim(\sim A \vee \sim\sim B) \bullet \sim C \qquad \sim(\sim A \vee \sim(\sim B \bullet \sim C))$$

Zacząć musimy od zdań najbardziej wewnętrznych – w naszym wypadku od połączenia znaków negacji ze stałymi zdaniowymi.

$$\sim(\underbrace{\sim A}_{\sim A} \vee \underbrace{\sim\sim B}_{\sim\sim B}) \bullet \underbrace{\sim C}_{\sim C} \qquad \sim(\underbrace{\sim A}_{\sim A} \vee \underbrace{\sim(\sim B \bullet \sim C)}_{\sim(\sim B \bullet \sim C)})$$

Następnie przechodzimy do kolejnego poziomu – traktując zdania już złożone jako całości:

$$\sim(\underbrace{\sim A \vee \sim\sim B}_{\sim A \vee \sim\sim B}) \bullet \underbrace{\sim C}_{\sim C} \qquad \sim(\underbrace{\sim A}_{\sim A} \vee \underbrace{\sim(\sim B \bullet \sim C)}_{\sim(\sim B \bullet \sim C)})$$

Powtarzamy dla następnego poziomu:

$$\sim(\underbrace{\sim A \vee \sim\sim B}_{\sim A \vee \sim\sim B}) \bullet \underbrace{\sim C}_{\sim C} \qquad \sim(\underbrace{\sim A}_{\sim A} \vee \underbrace{\sim(\sim B \bullet \sim C)}_{\sim(\sim B \bullet \sim C)})$$

aż do ostatniego:

$$\underbrace{\sim(\sim A \vee \sim\sim B)}_{\sim(\sim A \vee \sim\sim B)} \bullet \underbrace{\sim C}_{\sim C} \qquad \underbrace{\sim(\sim A \vee \sim(\sim B \bullet \sim C))}_{\sim(\sim A \vee \sim(\sim B \bullet \sim C))}$$

Widzimy w ten sposób, że zdanie pierwsze jest koniunkcją, a drugie negacją.

$$\underbrace{\hspace{10em}}_{\sim(\sim A \vee \sim\sim B)} \bullet \underbrace{\hspace{2em}}_{\sim C} \qquad \sim \underbrace{\hspace{10em}}_{\sim A \vee \sim(\sim B \bullet \sim C)}$$

Czy wiesz, że ...

Całego kłopotu ze znajdowaniem spójnika głównego w formule logicznej można uniknąć stosując tzw. notację polską, zwaną też notacją Łukasiewicza od nazwiska jej twórcy. Jest to tzw. notacja przedrostkowa, która nie wymaga stosowania nawiasów. Stosuje ona charakterystyczny zapis zdań złożonych, gdzie symbolami spójników zdaniowych są wielkie litery N, K, A, E i C zapisywane zawsze *przed* zdaniami będącymi ich argumentami. Zapisy czytamy odpowiednio:

Np nieprawda, że p
 Kpq p i q
 Apq p lub q
 Epq p wtedy i tylko wtedy, gdy q
 Cpq jeżeli p, to q

Argumentami tych funktorów mogą być oczywiście zdania złożone. Przykładowo:

CpAqr p → (q ∨ r)
 CApqr (p ∨ q) → r
 ACpqr (p → q) ∨ r
 NKpq ~(p • q)
 KNpq ~p • q
 CNApqNNKCprCqr ~(p ∨ q) → ~(p → r) • (q → r))

Do notacji tej trzeba się przyzwyczaić (tj. trochę ją poćwiczyć), ale jej wielką zaletą jest to, że spójnik główny jest zawsze na samym początku. Właśnie dzięki temu jest to notacja, która zyskała szerokie zastosowanie w oprogramowaniu komputerów, kalkulatorów, etc.

Ćwiczenie „Spójnik główny z negacją – 1”

Stosując metodę łączenia nawiasów, wskaż spójnik główny w następujących zdaniach. W kolumnie (a) zdania zapisane są w konwencji „oni” – zastosuj prostą metodę łączenia nawiasów. W kolumnie (b) zdania zapisane są w konwencji „my” – zastosuj metodę łączenia nawiasów z uwzględnieniem jednoargumentowości funktora negacji:

(a)

1. $\sim(B \bullet A)$

2. $(\sim B) \bullet A$

3. $\sim((\sim B) \bullet A)$

4. $(\sim(B \bullet A)) \rightarrow (\sim C)$

5. $(\sim((\sim A) \vee B)) \rightarrow (\sim C)$

6. $(\sim A) \rightarrow (\sim(B \vee A))$

7. $(\sim(A \rightarrow B)) \vee (\sim A)$

8. $\sim((A \rightarrow B) \vee (\sim A))$

9. $(\sim(\sim A)) \vee ((\sim B) \rightarrow C)$

(b)

1. $\sim(B \bullet A)$

2. $\sim B \bullet A$

3. $\sim(\sim B \bullet A)$

4. $\sim(B \bullet A) \rightarrow \sim C$

5. $\sim(\sim A \vee B) \rightarrow \sim C$

6. $\sim A \rightarrow \sim(B \vee A)$

7. $\sim(A \rightarrow B) \vee \sim A$

8. $\sim((A \rightarrow B) \vee \sim A)$

9. $\sim\sim A \vee (\sim B \rightarrow C)$

Ćwiczenie „Spójnik główny z negacją – 2”

Dopasuj odpowiednią formułę logiczną do jej tłumaczenia w języku polskim:

A: Anna zostanie ukarana.
B: Bogdan zostanie ukarany.

(1)

- $A \bullet \sim B$ ■ ■ Nieprawda, że zarówno Anna jak i Bogdan zostaną ukarani.
 $\sim A \bullet B$ ■ ■ Zarówno Anna nie zostanie ukarana jak i Bogdan nie zostanie ukarany.
 $\sim A \bullet \sim B$ ■ ■ Anna nie zostanie ukarana, a Bogdan zostanie ukarany.
 $\sim(A \bullet B)$ ■ ■ Anna zostanie ukarana, a Bogdan nie zostanie ukarany.

(2)

- $A \bullet \sim B$ ■ ■ Anna i Bogdan nie zostaną obydwójce ukarani.
 $\sim A \bullet B$ ■ ■ Anna zostanie ukarana, ale nie Bogdan.
 $\sim A \bullet \sim B$ ■ ■ Anna nie zostanie ukarana, choć Bogdan zostanie ukarany.
 $\sim(A \bullet B)$ ■ ■ Ani Anna nie zostanie ukarana, ani Bogdan nie zostanie ukarany.

(3)

- $A \rightarrow \sim B$ ■ ■ Jeżeli Anna nie zostanie ukarana, to Bogdan nie zostanie ukarany.
 $\sim A \rightarrow B$ ■ ■ Nieprawda, że jeżeli Anna zostanie ukarana, to Bogdan też zostanie ukarany.
 $\sim A \rightarrow \sim B$ ■ ■ Jeżeli Anna zostanie ukarana, to Bogdan nie zostanie ukarany.
 $\sim(A \rightarrow B)$ ■ ■ Jeżeli Anna nie zostanie ukarana, to Bogdan zostanie ukarany.

(4)

- $A \vee \sim B$ ■ ■ Albo Anna nie zostanie ukarana albo Bogdan zostanie ukarany.
 $\sim A \vee B$ ■ ■ Albo Anna zostanie ukarana albo Bogdan nie zostanie ukarany.
 $\sim A \vee \sim B$ ■ ■ Nieprawda, że Anna czy Bogdan zostaną ukarani.
 $\sim(A \vee B)$ ■ ■ Albo Anna nie zostanie ukarana albo Bogdan nie zostanie ukarany.

Ćwiczenie „Spójnik główny z negacją – 3”

Zapisz zdania języka polskiego przedstawione za pomocą formuł logicznych:

A: Anna dostanie pracę.
B: Bogdan dostanie pracę.
C: Cezary dostanie pracę.

(1) $A \bullet \sim B$

(2) $\sim A \bullet \sim B$

(3) $\sim(A \bullet B)$

(4) $\sim A \bullet B$

(5) $(\sim A \bullet B) \rightarrow \sim C$

(6) $(\sim A \bullet \sim B) \rightarrow C$

(7) $\sim A \rightarrow C$

(8) $\sim(A \rightarrow C)$

(9) $\sim(\sim A \rightarrow C)$

(10) $\sim A \rightarrow (B \vee C)$

(11) $\sim A \rightarrow (\sim B \rightarrow C)$

(12) $\sim C \rightarrow (\sim A \bullet \sim B)$

(13) $A \equiv (\sim B \bullet \sim C)$

(14) $(\sim A \bullet B) \rightarrow \sim(A \equiv B)$

(15) $(C \bullet \sim A) \rightarrow \sim(C \rightarrow A)$

(16) $\sim(A \bullet B) \rightarrow \sim(A \bullet C)$

(17) $\sim((\sim A \bullet \sim B) \rightarrow (\sim A \bullet \sim C))$

(18) $(\sim A \rightarrow \sim B) \bullet (\sim B \rightarrow C)$

(19) $[(\sim A \rightarrow \sim B) \bullet (\sim B \rightarrow C)] \rightarrow (\sim A \rightarrow C)$

Ćwiczenie „Spójnik główny z negacją – 4”

Wskaż spójnik główny w następujących zdaniach:

1. $\sim(\sim A \vee \sim B) \rightarrow C$

2. $\sim(\sim(A \vee \sim B) \rightarrow C)$

3. $\sim(\sim(A \vee \sim B) \rightarrow C) \vee D$

4. $\sim\sim(A \vee \sim(B \rightarrow \sim C)) \rightarrow \sim D$

5. $\sim(\sim(A \vee \sim B) \rightarrow (\sim C \rightarrow D))$

6. $\sim(\sim(\sim A \vee \sim B) \rightarrow \sim(A \bullet B)) \rightarrow \sim(\sim A \vee \sim A)$

7. $\sim(\sim(A \rightarrow (B \bullet A))) \equiv \sim\sim\sim(\sim B \rightarrow \sim A)$

8. $\sim\sim(\sim A \vee \sim(B \bullet \sim C)) \rightarrow \sim((\sim C \vee B) \equiv A)$

3.3. Symbolizacja

Nauczyliście się już dokonywać symbolizacji nieskomplikowanych zdań języka polskiego w języku logiki. Zdania bardziej złożone wymagają decyzji dotyczących tego, który ze spójników jest spójnikiem głównym i odpowiedniego umieszczenia nawiasów.

Niestety nie ma żelaznych reguł, które mogłyby posłużyć za algorytm (niezawodny przepis) na symbolizację. Należy pamiętać o dostępnych manewrach:

- Należy zaznaczyć (np. podkreślić) wszystkie spójniki zdaniowe.
- Należy sparafrazować zdanie tak, by stało się logicznie przejrzystsze lub by przybrało formę kanoniczną (np. zdanie o formie „ p jeśli q ” należy ująć w formie kanonicznej „jeżeli-to”, czyli jako „jeżeli q , to p ”).
- Należy stworzyć legendę symbolizacji (używając łatwych do zapamiętania liter jako stałych zdaniowych).
- Należy zdecydować, który spójnik jest spójnikiem głównym i odpowiednio wstawić nawiasy.
- Warto jest dokonywać częściowej symbolizacji, aby uprościć skomplikowane zdania.

3.4. Odnajdywanie spójnika głównego

Jedną z najtrudniejszych do opanowania umiejętności jest odnajdywanie w zdaniu języka naturalnego spójnika głównego. Poniżej omówimy parę sposobów jego odnajdywania, ale lista ta z pewnością nie jest wyczerpująca. W każdym z przykładów postarajcie się samodzielnie dokonać symbolizacji podanych zdań, następnie sprawdzając, czy zrobiliście to poprawnie.

3.4.1. Spójnik główny wyznaczany syntaktycznie

Zacniemy od przykładów dość prostych, w których o tym, który spójnik jest główny decyduje forma gramatyczna zdania.

Przykład 1.

(1) Asia dostanie kota lub psa, a Basia dostanie kota.



B: Basia dostanie kota.

K: Asia dostanie kota.

P: Asia dostanie psa.

Forma logiczna tego zdania jest raczej przejrzysta. Aby ją uwypuklić podkreślimy wszystkie spójniki zdaniowe:

Asia dostanie psa **lub** kota, **a** Basia dostanie kota.

Musimy się zastanowić, który ze spójników jest spójnikiem głównym. Spójniki są tu dwa – alternatywy ('lub') i koniunkcji ('a'). W tym wypadku dominujący jest spójnik koniunkcji – sugeruje to zlanie alternatywy 'Asia dostanie psa lub Asia dostanie kota' w zdanie 'Asia dostanie psa lub kota'. Możemy zatem wstawić nawiasy:

(Asia dostanie psa **lub** kota) **a** Basia dostanie kota

zastąpić zdania proste stałymi zdaniowymi:

(P lub K) a B

a spójniki – ich symbolami:

[1] $(P \vee K) \bullet B$

Ćwiczenie. Zastanów się, jak należałoby sformułować zdanie, którego spójnikiem głównym byłaby alternatywa (por. *Rozwiązania*):

$P \vee (K \bullet B)$



Przykład 2.

- (2) Jeżeli Ludwik posłucha Jarka, to cieszyć się będzie albo Janek albo Zbyszek.

L: Ludwik posłucha Jarka
J: Janek będzie się cieszyć
Z: Zbyszek będzie się cieszyć

Forma logiczna tego zdania jest również jasna. Aby ją uwypuklić podkreśl wszystkie spójniki. Zdanie to jest implikacją. Pomyśl, co się tu mówi. Mówi się, że *jeżeli* coś tam, *to* coś tam innego. Ponadto o tym, że alternatywa nie jest spójnikiem głównym świadczy ponownie charakterystyczne zlanie jej członów. Nawiasy zatem należy wstawić w sposób następujący:

Jeżeli Ludwik posłucha Jarka, **to** (cieszyć się będzie **albo** Janek **albo** Zbyszek).

Możemy teraz zastąpić zdania proste stałymi zdaniowymi:

Jeżeli L, to (albo J albo Z)

a spójniki zdaniowe – ich symbolami:

$$[2] L \rightarrow (J \vee Z)$$

Ćwiczenie. Zastanów się, jak należałoby sformułować zdanie, którego spójnikiem głównym byłaby alternatywa (por. *Rozwiązania*):

$$(L \rightarrow J) \vee Z$$

Przykład 3.

- (3) Jeżeli Zosia włoży swą nową sukienkę i nie będzie się już dąsać, to Jacek lub Wacek zaproszą ją do kina.

S: Zosia włoży swą nową sukienkę
D: Zosia będzie się dąsać
J: Jacek zaprosi Zosię do kina.
W: Wacek zaprosi Zosię do kina.

Zaznacz wszystkie spójniki zdaniowe. Staramy się rozstrzygnąć, który ze spójników jest spójnikiem głównym oraz odpowiednio powstawić nawiasy. Powyższe zdanie jest implikacją – spójnikiem głównym jest ‘jeżeli, to’. Przekonują o tym podobne względy co w powyższym przykładzie – twierdzi się tu coś o kształcie ‘jeżeli bla-bla, to blo-blo’, a zarówno koniunkcja, jak i alternatywa występują w formie zlanej.

Jeżeli (Zosia włoży swą nową sukienkę **i** Zosia **nie** będzie się już dąsać), **to** (Jacek zaprosi Zosię do kina **lub** Wacek zaprosi Zosię do kina).

Zastąpimy teraz zdania proste stałymi zdaniowymi zgodnie z przyjętą legendą:

Jeżeli (S i nie D) to (J lub W)

W następnym kroku pozostaje zamienić spójniki zdaniowe na ich symbole:

$$[3] (S \bullet \sim D) \rightarrow (J \vee W)$$

Ćwiczenie. Zastanów się, jak należałoby sformułować zdania, których spójnikiem głównym byłyby koniunkcja i alternatywa (por. *Rozwiązania*):

$$S \bullet [\sim D \rightarrow (J \vee W)]$$

$$[(S \bullet \sim D) \rightarrow J] \vee W$$

Ćwiczenie „Symbolizacje – 1”

Podaj zapis symboliczny następujących zdań w oparciu o przytoczoną legendę:

B: Ala będzie Biegać	O: Ala będzie się Odchudzać
Ć: Ala będzie Ćwiczyć	P: Ala Przytyje
D: Ala będzie zDepresjonowana	S: Ala będzie jeździć do pracy Samochodem
L: Ala będzie Leniwa	W: Ala będzie pływać
M: Ala będzie właściwie uMotywowana	Z: Ala będzie Zmęczona

- (a) Jeżeli Ala będzie biegać lub ćwiczyć, to nie będzie zdepresjonowana.

- (b) Jeżeli Ala będzie leniwa i zdepresjonowana, to będzie jeździć do pracy samochodem.

- (c) Nie jest prawdą, że jeżeli Ala będzie zdepresjonowana, to przytyje.

- (d) Ala będzie właściwie umotywowana i będzie się odchudzać, ale będzie też jeździć do pracy samochodem.

- (e) Albo Ala będzie jeździć do pracy samochodem i będzie się odchudzać, albo będzie ćwiczyć.

- (f) Ala będzie albo biegać albo pływać, ale nie będzie się odchudzać.

- (g) Ala będzie biegać albo pływać, ale tak czy owak będzie ćwiczyć.

- (h) Albo Ala będzie leniwa i będzie jeździć do pracy samochodem, albo będzie właściwie umotywowana i będzie ćwiczyć.

- (i) Ala będzie ćwiczyć, ale nie będzie pływać; jednakże jeżeli Ala będzie właściwie umotywowana, to będzie biegać.

- (j) Ala nie będzie biegać, nie będzie ćwiczyć, a już na pewno nie będzie się odchudzać.

- (k) Albo Ala będzie biegać o ile będzie właściwie umotywowana, albo będzie się odchudzać jeżeli będzie leniwa.

3.4.2. Spójnik główny wyznaczany znaczeniem wypowiedzi

Dotychczasowe przykłady mogłyby zasugerować, że symbolizacja jest czynnością dość mechaniczną. Niestety tak nie jest, a może właśnie dobrze, że tak nie jest, bo byłaby czynnością nad wyraz nudną. Często o tym, który spójnik jest spójnikiem głównym decyduje znaczenie zdania.

Przykład 4.

- (4) Jeżeli Zosia pójdzie na randkę z Jackiem, to nie pójdzie na randkę z Wackiem, a jeżeli Zosia pójdzie na randkę z Wackiem, to nie pójdzie na randkę z Jackiem.

J: Zosia pójdzie na randkę z Jackiem
W: Zosia pójdzie na randkę z Wackiem

Zaznacz wszystkie spójniki zdaniowe. Tym razem o tym, który ze spójników jest spójnikiem głównym w dużym stopniu decyduje sens zdania. Spójnikiem głównym jest 'a', które łączy dwie implikacje. W zdaniu tym powiedziane jest zarówno, co się stanie, jeżeli Zosia pójdzie na randkę z Jackiem, jak i co się stanie, jeżeli Zosia pójdzie na randkę z Wackiem. Zdanie to jest więc koniunkcją:

(Jeżeli Zosia pójdzie na randkę z Jackiem, **to nie** pójdzie na randkę z Wackiem) **a** **(jeżeli** Zosia pójdzie na randkę z Wackiem, **to nie** pójdzie na randkę z Jackiem)

wyrażoną formułą:

$$[4] (J \rightarrow \sim W) \bullet (W \rightarrow \sim J)$$

Trzeba zwrócić jednak uwagę, że nic poza znaczeniem tego zdania nie stoi na przeszkodzie by dokonać następującej jego interpretacji, traktując pierwszą implikację jako spójnik główny.

$$[4^*] J \rightarrow [\sim W \bullet (W \rightarrow \sim J)]$$

Jeżeli Zosia pójdzie na randkę z Jackiem, to zarówno nie pójdzie na randkę z Wackiem jak i nie pójdzie na randkę z Jackiem o ile pójdzie na randkę z Wackiem.

Interpretacja [4*] jest trudna do zrozumienia – w [4*] twierdzi się m.in., że jeżeli Zosia pójdzie na randkę z Jackiem, to pod pewnymi warunkami (sprzecznymi z tym, co skądinąd ma się stać, gdy Zosia pójdzie na randkę z Jackiem) Zosia na randkę z Jackiem nie pójdzie.

3.4.3. Domyślna dominacja implikacji i równoważności

Warto zaznaczyć, że w języku polskim występuje domyślna dominację spójników implikacji i równoważności nad spójnikami alternatywy i koniunkcji. W zdaniach, w których występują spójniki koniunkcji (bądź alternatywy) i implikacji (bądź równoważności), a w których brak jest szczególnych markerów dominacji, skłonni jesteśmy traktować spójniki implikacji i równoważności jako spójniki główne.

Przykład 5 i 6

Spróbuj dokonać symbolizacji następujących zdań:

D: Zachowanie jest zdeterminowane
P: Zachowanie jest przewidywalne
W: Zachowanie jest wolne

(5) Zachowanie jest wolne wtedy i tylko wtedy, gdy nie jest zdeterminowane lub nie jest przewidywalne.

(6) Jeżeli nasze zachowanie jest zdeterminowane, to nie jest wolne, ale jest przewidywalne.

Najbardziej naturalna interpretacja tych zdań traktuje spójnik ‘wtedy i tylko wtedy’ w (5) oraz ‘jeżeli to’ w (6) jako spójniki główne:

$$[5] W \equiv (\sim D \vee \sim P)$$

$$[6] D \rightarrow (\sim W \bullet P)$$

Nie ma jednak nic w strukturze tych zdań, co dyktowałoby uznanie spójników równoważności i implikacji za dominujące nad spójnikami alternatywy i koniunkcji. O tym, że mamy istotnie do czynienia z pewną dominacją tych spójników łatwo się przekonać, gdy staramy się wyrazić jednoznacznie zdania, w których dominować miałyby spójniki alternatywy i koniunkcji nad spójnikami równoważności i implikacji. Spróbuj i porównaj swoje odpowiedzi z *Rozwiązaniami*:

$$(W \equiv \sim D) \vee \sim P$$

$$(D \rightarrow \sim W) \bullet P$$

Aby znieść domyślną dominację spójników implikacji i równoważności nad koniunkcją (i alternatywą) można np. stosować odpowiednie znaki interpunkcyjne (np. średnik), a także takie wyrażenia jak ‘tak czy owak’ czy ‘w każdym razie’.

Ćwiczenie „Symbolizacje – 2”

Podaj zapis symboliczny następujących zdań w oparciu o przytoczoną legendę:

B: Ala będzie B iegać	O: Ala będzie się O dchudzać
Ć: Ala będzie Ć wiczyć	P: Ala P rzytyje
D: Ala będzie zD epresjonowana	S: Ala będzie jeździć do pracy S amochodem
L: Ala będzie L eniwa	W: Ala będzie płyW ać
M: Ala będzie właściwie uM otywowana	Z: Ala będzie Z męczona

- (a) Ala będzie się odchudzać wtedy i tylko wtedy, gdy będzie leniwa i nie będzie ćwiczyć.
[]
- (b) Jeżeli Ala nie będzie się odchudzać, to przytyje, a jeżeli nie będzie ćwiczyć, to będzie zdepresjonowana.
[]
- (c) Jeżeli Ala będzie zdepresjonowana, to nie będzie ćwiczyć i nie będzie się odchudzać.
[]
- (d) Jeżeli Ala będzie zdepresjonowana, to nie będzie ćwiczyć; tak czy owak Ala nie będzie się odchudzać.
[]
- (e) Ala nie będzie zdepresjonowana wtedy i tylko wtedy, gdy nie przytyje; jednakże Ala nie będzie ćwiczyć i nie będzie się odchudzać.
[]
- (f) Ala nie będzie zdepresjonowana wtedy i tylko wtedy, gdy będzie ćwiczyć i będzie albo biegać albo pływać.
[]
- (g) Ala przytyje wtedy i tylko wtedy, gdy nie będzie właściwie umotywowana i będzie jeździć do pracy samochodem.
[]
- (h) Ala nie przytyje i nie będzie zdepresjonowana pod warunkiem, że będzie biegać lub pływać.
[]
- (i) Jeżeli Ala nie będzie się odchudzać, to przytyje, a jeżeli nie będzie ćwiczyć, to będzie zdepresjonowana.
[]

3.4.4. Koniunkcje i alternatywy o wielu członach

Zacznijmy od prostej informacji, która jednak nie musi wcale być taka oczywista, jak będzie za chwilę. Powiedzieliśmy, że zarówno spójnik koniunkcji jak i spójnik alternatywy są spójnikami dwuargumentowymi. Znaczący to zatem, że ‘•’ oraz ‘∨’ mogą wiązać (jednorazowo) dokładnie (tj. co najmniej i co najwyżej) dwa zdania. W języku potocznym jednakże zarówno spójnik koniunkcji ‘i’ jak i spójnik alternatywy ‘lub’ występują zarówno w kontekstach gdzie wiążą dwa zdania, jak w kontekstach, gdzie wiążą więcej zdań. Rozważmy prosty przykład:

(1) Andrzej, Jarek i Romek minęli się z prawdą.

Zdanie to jest koniunkcją trzech zdań:

Zarówno Andrzej minął się z prawdą, jak i Jarek minął się z prawdą, jak i Romek minął się z prawdą.

Ponieważ ustaliliśmy, że spójnik koniunkcji jest spójnikiem dwuargumentowym, musimy się konsekwentnie tego ustalenia trzymać. Zdanie (1) możemy poddać symbolizacji, ale musimy narzucić dominację jednego z wystąpień spójnika koniunkcji. Możliwe są dwie – na szczęście logicznie równoważne – interpretacje:

(1a) Zarówno Andrzej minął się z prawdą, jak i Jarek i Romek minęli się z prawdą.

[1a] $A \bullet (J \bullet R)$

(1b) Zarówno Andrzej i Jarek minęli się z prawdą, jak i Romek minął się z prawdą.

[1b] $(A \bullet J) \bullet R$

Podobnie rzeczy się mają dla alternatywy:

(2) Ludwik, Przemek, Tomasz lub Zyta popadną w niełaskę.

Zdanie (2) jest ponownie alternatywą tym razem czterech zdań:

Ludwik popadnie w niełaskę lub Przemek popadnie w niełaskę lub Tomasz popadnie w niełaskę lub Zyta popadnie w niełaskę.

Tym razem symbolizacją zdania (2) może być dowolna z następujących formuł:

[2a] $(L \vee P) \vee (T \vee Z)$

[2b] $L \vee (P \vee (T \vee Z))$

[2c] $L \vee ((P \vee T) \vee Z)$

[2d] $((L \vee P) \vee T) \vee Z$

[2e] $(L \vee (P \vee T)) \vee Z$

Zwróćmy jeszcze uwagę na to, że w zdaniach (1) i (2) występują przecinki, które zastępują spójniki zdaniowe, ale których znaczenie diametralnie się różni – w zdaniu (1) przecinek zastępuje spójnik koniunkcji, a w zdaniu (2) przecinek zastępuje spójnik alternatywy. Warto o tym przypomnieć, bo nieznanie tego faktu może być brzemienne w skutki (por. ramkę o aferze, którą bez wahania można określić jako przecinkową).

Czy wiesz, że ...

W październiku roku 2003 przez około 14 dni niektórzy notariusze zablokowali sprzedaż nowych mieszkań, gdyż nie umieli dokonać interpretacji przecinka w rozporządzeniu Ministra Sprawiedliwości z dnia 26 września 2003 (opublikowanego w Dzienniku Ustaw z dnia 10 października 2003 r.). Rodząca kłopoty nowelizacja wymagała, by księga wieczysta była sporządzona

na podstawie aktu notarialnego lub orzeczenia sądu, a także wypisu z rejestru gruntów \cup wypisu z rejestru lokali lub wypisu z kartoteki lokali.

Do tej pory wystarczał wypis z rejestru gruntów. Notariusze zadawali sobie pytanie, czy nowelizacja wymaga dodatkowo *również* albo wypisu z rejestru albo wypisu z kartoteki lokali. Innymi słowy, zastanawiali się oni, czy przecinek (oznaczony kółeczkiem) należy interpretować jako znak zastępujący spójnik alternatywy, w którym to przypadku wystarczałby (jak dotychczas) wypis z rejestru gruntu, czy też należy go interpretować jako znak zastępujący spójnik koniunkcji, co znaczyłoby że oprócz wypisu z rejestru gruntów wymagany byłby także wypis z rejestru lub z kartoteki lokali. Problem polegał też na tym, że w owym czasie gminy nie miały jeszcze tego typu ewidencji (rejestru i kartotek lokali), bo na ich stworzenie dostały czas do końca 2005 r.

Wypowiadająca się w imieniu ministerstwa sędzia Grażyna Kołodziejska słusznie tłumaczyła, że wystarczy sam wypis z rejestru gruntów, bowiem przecinek w tym przepisie zastępuje spójnik alternatywy. Zniecierpliwiona aferą dodała „Jest to tak oczywiste, że chyba tylko początkujący student prawa mógłby twierdzić inaczej”. Pozostaje nadzieja, że absolwenci *Samouczka* nie zablokują sprzedaży mieszkań na dwa tygodnie.

Źródło: Marek Wielgo, „Notariusze wstrzymali sprzedaż nowych mieszkań”, *Gazeta Wyborcza*, 29 października 2003

3.5. Przykłady symbolizacji

Przykład 7.

- (7) Albo Zosia pójdzie na randkę zarówno z Jackiem, jak i z Wackiem, albo obaj zaproszą Wiesię.

J: Zosia pójdzie na randkę z Jackiem
W: Zosia pójdzie na randkę z Wackiem
C: Jacek zaprosi Czesię.
Z: Wacek zaprosi Czesię.

W tym wypadku drugą część zdania należy sparafrazować. Co w tym kontekście znaczy zdanie ‘obaj zaproszą Wiesię’? Musimy się w szczególności zastanowić, czy jest to zdanie proste. Otóż oczywiście nie jest ono zdaniem prostym – właściwą parafrazą zdania (7) będzie zdanie:

- (7') Albo Zosia pójdzie na randkę zarówno z Jackiem, jak i z Wackiem, albo zarówno Jacek jak i Wacek zaproszą Wiesię.

Zaznacz wszystkie spójniki zdaniowe. Który ze spójników jest spójnikiem głównym? Niewątpliwie ‘albo...’, ‘albo...’, wstawiamy więc nawiasy:

Albo (Zosia pójdzie na randkę **zarówno** z Jackiem, **jak i** z Wackiem), **albo** (**zarówno** Jacek **jak i** Wacek zaproszą Czesię).

Zastępujemy zdania proste stałymi zdaniowymi:

Albo (zarówno J jak i W) albo (zarówno C jak i Z)

Pozostaje już tylko zamienić spójniki zdaniowe na odpowiednie symbole:

$$[7] (J \bullet W) \vee (C \bullet Z)$$

Przykład 8.

- (8) Jeżeli zachowanie nie jest zdeterminowane, to jest wolne o ile nie jest przewidywalne.

W: Zachowanie jest wolne
D: Zachowanie jest zdeterminowane
P: Zachowanie jest przewidywalne

Zaznacz wszystkie spójniki zdaniowe. Tym razem spójnikiem głównym jest spójnik implikacji 'jeżeli... to...', łączący negację z jednej strony i implikację z drugiej:

Jeżeli (zachowanie **nie** jest zdeterminowane), **to** (jest wolne **o ile nie** jest przewidywalne).

W tym miejscu warto sparafrazować drugi nawias do formy kanonicznej dla implikacji:

Jeżeli (zachowanie **nie** jest zdeterminowane), **to** (**jeżeli** zachowanie **nie** jest przewidywalne, **to** jest wolne).

Zastępujemy zdania proste stałymi zdaniowymi:

Jeżeli (nie D) to (jeżeli nie P to W)

Pozostaje już tylko zamienić spójniki zdaniowe na odpowiednie symbole:

$$[8] \sim D \rightarrow (\sim P \rightarrow W)$$

Przykład 9.

- (9) Jeżeli nasze zachowanie jest zdeterminowane przez nasze pragnienia lub intencje, a nasze pragnienia i intencje są zdeterminowane przez wychowanie, to nie jesteśmy wolni; a jeśli nie jesteśmy wolni, to nie jesteśmy odpowiedzialni za swoje zachowanie.

I: Zachowanie jest zdeterminowane przez intencje
N: Intencje są zdeterminowane przez wychowanie
O: Jesteśmy odpowiedzialni
P: Zachowanie jest zdeterminowane przez pragnienia
R: Pragnienia są zdeterminowane przez wychowanie
W: Jesteśmy wolni

Zaznaczamy wszystkie spójniki zdaniowe:

Jeżeli nasze zachowanie jest zdeterminowane przez nasze pragnienia **lub** intencje, **a** nasze pragnienia **i** intencje są zdeterminowane przez wychowanie, **to nie** jesteśmy wolni; **a jeśli nie** jesteśmy wolni, **to nie** jesteśmy odpowiedzialni za swoje zachowanie.

Który ze spójników jest spójnikiem głównym? Tym razem (drugie) 'a', który łączy dwie implikacje. O tym, że to 'a' jest spójnikiem głównym świadczy przede wszystkim średnik, który wyrażenie to poprzedza. Zdanie to ma strukturę „Jeżeli ble-ble, to bla-bla; oraz jeżeli bli-bli, to blo-blo”:

[**Jeżeli** nasze zachowanie jest zdeterminowane przez nasze pragnienia **lub** intencje, **a** nasze pragnienia **i** intencje są zdeterminowane przez wychowanie, **to nie** jesteśmy wolni] **a** [**jeśli nie** jesteśmy wolni, **to nie** jesteśmy odpowiedzialni za swoje zachowanie]

W kolejnych krokach musimy zastanowić się nad strukturą zdań zawartych w nawiasach kwadratowych. Drugi człon koniunkcji (zawarty w drugim nawiasie kwadratowym) jest implikacją, której zarówno poprzednik, jak i następnik, są negacjami. Pierwszy człon koniunkcji (zawarty w pierwszym nawiasie kwadratowym) jest również implikacją, której następnik jest negacją, ale której poprzednik jest bardziej złożony.

[Jeżeli (nasze zachowanie jest zdeterminowane przez nasze pragnienia **lub** intencje, **a** nasze pragnienia **i** intencje są zdeterminowane przez wychowanie), **to nie** jesteśmy wolni] **a [jeśli nie** jesteśmy wolni, **to nie** jesteśmy odpowiedzialni za swoje zachowanie]

Chwila zastanowienia wystarczy, aby się przekonać, że głównym spójnikiem w zdaniu „nasze zachowanie jest zdeterminowane przez nasze pragnienia **lub** intencje, **a** nasze pragnienia **i** intencje są zdeterminowane przez wychowanie” jest ‘a’, a więc spójnik koniunkcji. Świadczy o tym przede wszystkim zlanie alternatywy złożonej spójnikiem ‘lub’ a także zlanie koniunkcji złożonej spójnikiem ‘i’. W ten sposób krok po kroku dokonaliśmy analizy struktury naszego zdania:

[Jeżeli ((nasze zachowanie jest zdeterminowane przez nasze pragnienia **lub** intencje), **a** (nasze pragnienia **i** intencje są zdeterminowane przez wychowanie)), **to nie** jesteśmy wolni] **a [jeśli nie** jesteśmy wolni, **to nie** jesteśmy odpowiedzialni za swoje zachowanie]

Zastępujemy zdania proste stałymi zdaniowymi:

[Jeżeli ((P lub I) a (R i N)) to nie W] a [jeśli nie W to nie O]

Pozostaje już tylko zamienić spójniki zdaniowe na odpowiednie symbole:

[9] $[((P \vee I) \bullet (R \bullet N)) \rightarrow \sim W] \bullet [\sim W \rightarrow \sim O]$

Ćwiczenie „Symbolizacje – 3”

Podaj zapis symboliczny następujących zdań w oparciu o przytoczoną legendę:

B: Ala będzie Biegać	O: Ala będzie się Odchudzać
Ć: Ala będzie Ćwiczyć	P: Ala Przytyje
D: Ala będzie zDepresjonowana	S: Ala będzie jeździć do pracy Samochodem
L: Ala będzie Leniwa	W: Ala będzie pływać
M: Ala będzie właściwie uMotywowana	Z: Ala będzie Zmęczona

- (a) Jeżeli Ala będzie albo biegać i ćwiczyć albo pływać, to nie przytyje.
- (b) Jeżeli Ala będzie właściwie umotywowana, to będzie ćwiczyć pod warunkiem, że nie będzie zmęczona.
- (c) Jeżeli Ala będzie się odchudzać, to nie przytyje, a jeżeli nie będzie się odchudzać, to przytyje o ile nie będzie ćwiczyć.
- (d) Ala nie przytyje jeżeli będzie pływać lub biegać, ale jeżeli Ala będzie leniwa, to przytyje.
- (e) Ala będzie albo biegać i ćwiczyć, albo pływać i się odchudzać, ale tak czy inaczej jeżeli będzie zdepresjonowana, to i tak przytyje.
- (f) Jeżeli prawdą jest, że Ala przytyje wtedy i tylko wtedy, gdy nie będzie ćwiczyć, to będzie albo pływać albo biegać, a nie będzie jeździć do pracy samochodem.
- (g) Jeżeli Ala nie będzie miała właściwej motywacji i nie będzie biegać, to jeśli również nie będzie ćwiczyć, to przytyje o ile nie będzie się odchudzać.
- (h) Jeśli Ala nie będzie zdepresjonowana i nie będzie też leniwa, to będzie się odchudzać lub ćwiczyć pod warunkiem, że będzie właściwie umotywowana i nie zanadto zmęczona.
- (i) Ala nie będzie biegać, choć nie jest leniwa, jeżeli będzie zmęczona.
- (j) Zakładając, że Ala będzie się odchudzać i że albo będzie biegać lub pływać, albo też będzie ćwiczyć, to nie przytyje o ile nie będzie zdepresjonowana.
- (k) Jeżeli Ala będzie zmęczona, to będzie się odchudzać; jeżeli Ala nie będzie zmęczona, to jeśli będzie właściwie umotywowana, to będzie biegać, a jeśli nie, to będzie ćwiczyć lub pływać.

Ćwiczenie „Symbolizacje – 4”

Podaj zapis symboliczny następujących zdań w oparciu o legendę przytoczoną dla każdego przypadku. Aby właściwie oddać strukturę zapisów prawa nie wystarczy język logiki zdań – potrzebny jest przynajmniej język logiki kwantyfikatorów i logiki deontycznej. W podanych niżej ćwiczeniach chodzi o to, by uchwycić najbardziej podstawową strukturę logiczną tych przepisów.

- (a) § 2. Pracownik jest obowiązany w szczególności:
- 1) przestrzegać czasu pracy ustalonego w zakładzie pracy,
 - 2) przestrzegać regulaminu pracy i ustalonego w zakładzie pracy porządku, [. . .] (Kodeks Pracy: Art. 100)

C: Pracownik jest obowiązany przestrzegać czasu pracy ustalonego w zakładzie pracy.
R: Pracownik jest obowiązany przestrzegać regulaminu pracy.
P: Pracownik jest obowiązany przestrzegać ustalonego w zakładzie pracy porządku.

- (b) Kto, wbrew obowiązkom:
- [. . .] 2) nie udziela przysługującego pracownikowi urlopu wypoczynkowego lub bezpodstawnie obniża wymiar tego urlopu,
 - 3) nie wydaje pracownikowi świadectwa pracy,
- podlega karze grzywny. (Kodeks Pracy: Art. 182)

U: Pracodawca udziela przysługujący pracownikowi urlop wypoczynkowy
O: Pracodawca bezpodstawnie obniża wymiar urlopu wypoczynkowego przysługującego pracownikowi.
Ś: Pracodawca wydaje pracownikowi świadectwo pracy
G: Pracodawca podlega karze grzywny.

- (c) Jeżeli matka rezygnuje z wychowywania dziecka i oddaje je innej osobie w celu przysposobienia lub do domu małego dziecka, nie przysługuje jej część urlopu macierzyńskiego przypadająca po dniu oddania dziecka[,]jednakże urlop macierzyński po porodzie nie może wynosić mniej niż 8 tygodni. (Kodeks Pracy: Art. 182)

D: Matka oddaje dziecko do domu małego dziecka.
O: Matka oddaje dziecko innej osobie w celu przysposobienia
P: Urlop macierzyński po porodzie może wynosić mniej niż 8 tygodni
R: Matka rezygnuje z wychowywania dziecka
U: Matce przysługuje jej część urlopu macierzyńskiego przypadająca po dniu oddania dziecka

- (d) § 1. Pracownik jest obowiązany wykonywać pracę sumiennie i starannie oraz stosować się do poleceń przełożonych, które dotyczą pracy, jeżeli nie są one sprzeczne z przepisami prawa [. . .]. (Kodeks Pracy: Art. 100)

U: Pracownik jest obowiązany wykonywać pracę sumiennie.
T: Pracownik jest obowiązany wykonywać pracę starannie.
S: Pracownik jest obowiązany stosować się do poleceń przełożonych.
P: Polecenia przełożonych wobec pracownika dotyczą pracy.
R: Polecenia przełożonych wobec pracownika są sprzeczne z przepisami prawa.