

LOGIKA NIE GRYZIE

Część I

SAMOUCZEK LOGIKI ZDAŃ

Katarzyna Paprzycka

© Katarzyna Paprzycka

Logika nie gryzie. Część I. Samouczek logiki zdań była opublikowana przez Zysk S-ka w 2009. Umowa wydawnicza jednak wygasła. Przedstawiona wersja Samouczonek jest udostępniana w pełni legalnie do użytku własnego. Mam nadzieję, że będzie Państwu służyć.

Logika nie gryzie. Samouczek logiki zdań jest unikatową pomocą w uczeniu się logiki. Książka oparta jest na przekonaniu, że nauka logiki jest jak nauka pływania: ani jednego ani drugiego nie można się nauczyć ani na wykładzie ani z tradycyjnego podręcznika (tonie się albo na basenie albo na egzaminie). Dzięki licznym ćwiczeniom (z załączonymi rozwiązaniami) oraz wyjaśnieniom krok po kroku, jak ćwiczenia rozwiązywać, *Samouczek* umożliwia aktywne wykształcanie podstawowych umiejętności logicznych. Ponieważ ćwiczenia stopniowo eskalują trudność i przedstawione są w przyjaznej dla oka i łatwo przyswajalnej formie graficznej, można je traktować jako codzienną porcję gimnastyki umysłowej.

Dr hab. Katarzyna Paprzycka studiowała na Uniwersytecie im. A. Mickiewicza (psychologia), na Uniwersytecie Oksfordzkim (psychologia/filozofia) i Uniwersytecie Harvarda (filozofia). Doktoryzowała się na University of Pittsburgh, habilitowała na Uniwersytecie Warszawskim. Jest profesorem nadzwyczajnym Uniwersytetu Warszawskiego i kierownikiem Zakładu Epistemologii Instytutu Filozofii. Zajmuje się filozofią działania, filozofią umysłu i filozofią nauki. Opublikowała monografię *O możliwości antyredukcjonizmu* (Semper) oraz kilkadziesiąt artykułów w takich czasopismach jak: *Australasian Journal of Philosophy*, *Filozofia Nauki*, *Grazer Philosophische Studien*, *Journal of Philosophical Research*, *Logical Analysis and History of Philosophy*, *Metaphilosophy*, *Mind and Language*, *Pacific Philosophical Quarterly*, *Philosophia*, *Philosophical Psychology*, *Przegląd Filozoficzny*. Jest redaktorem naczelnym serii *Poznań Studies in the Philosophy of the Sciences and the Humanities* (Rodopi). Od ponad 10 lat z zamiłowaniem naucza logiki. Prowadziła kurs logiki m.in. metodą e-learningu, którego materiały były pierwowzorem *Samuczka*.

<http://www.filozofia.uw.edu.pl/kpaprzycka/>

SPIS TREŚCI

Przedmowa. Jak nauczyć się logiki	vii
1. Wprowadzenie. O wnioskowaniu	1
1.1. Pojęcie wnioskowania i rodzaje wnioskowań	1
1.2. Logiczny schemat wnioskowań	3
1.3. Prawdliwość wnioskowań a prawda	4
1.4. Zdanie w sensie logicznym	5
1.5. Wnioskowanie logicznie nieprawidłowe	8
2. Pięć spójników zdaniowych	10
2.1. Logika zdań wśród innych logik	10
2.2. Zdania proste i zdania złożone	10
2.3. Legenda symbolizacji i symbolizacja zdań prostych	12
2.4. Negacja	13
2.5. Koniunkcja	17
2.6. Alternatywa	21
2.7. Równoważność	26
2.8. Implikacja	30
2.9. Symbolizacja prostych zdań języka naturalnego	38
3. Symbolizacja zdań języka naturalnego I	42
3.1. Spójnik główny (bez negacji)	42
3.2. Spójnik główny (z uwzględnieniem negacji)	48
3.3. Symbolizacja	56
3.4. Odnajdywanie spójnika głównego	56
3.5. Przykłady symbolizacji	63
4. Symbolizacja zdań języka naturalnego II	66
4.1. Negacja koniunkcji i koniunkcja negacji	66
4.2. 'Albo p albo q , ale nie jedno i drugie'	72
4.3. ' r , chyba że p '	73
4.4. ' r , jeśli p ' vs. ' r , tylko jeśli p ' (TRUDNE)	74
4.5. Warunek konieczny i warunek dostateczny	80
4.6. Eksplikacja wyrażeń kwantyfikujących w logice zdań	84
4.7. Przykłady symbolizacji	85
4.8. Nie wszystko spójnik zdaniowy, co się świeci	92
5. Określanie wartości logicznej zdań złożonych	97
5.1. Przypomnienie	97
5.2. Określanie wartości logicznej zdań złożonych (bez negacji)	98
5.3. Określanie wartości logicznej zdań złożonych (z uwzględnieniem negacji)	105
5.4. Stosowanie skrótów w określaniu wartości logicznej	112
6. Równoważność logiczna	117
6.1. Równoważność logiczna a tożsamość wartości logicznych	117
6.2. Schematy zdaniowe	118
6.3. Logiczna równoważność: metoda zero-jedynkowa	124
6.4. Konstruowanie podstawy macierzy logicznej dla dowolnej liczby zmiennych	130
6.5. Stosowanie skrótów w wypełnianiu macierzy logicznych	132
7. Tautologie, kontrtautologie i schematy logicznie niezdecydowane	134
7.1. Zdania logicznie prawdziwe (fałszywe) i przygodnie prawdziwe (fałszywe)	134
7.2. Tautologie, kontrtautologie i schematy logicznie niezdecydowane	135
7.3. Słynne tautologie	140
7.4. Określanie własności zdań	143
7.5. Stwierdzanie własności schematów na podstawie niepełnej informacji	148
8. Skrócona metoda zero-jedynkowa	153
8.1. Szukanie wartości logicznych «wstecz»	153
8.2. Badanie tautologiczności skróconą metodą zero-jedynkową	166
8.3. Badanie kontrtautologiczności skróconą metodą zero-jedynkową	172
8.4. Badanie logicznego niezdecydowania skróconą metodą zero-jedynkową	174
8.5. Badanie logicznej równoważności skróconą metodą zero-jedynkową	175

9. Inne zastosowania metody zero-jedynkowej	180
9.1. Prawidłowość wnioskowania	180
9.2. Wynikanie logiczne	189
9.3. Wzajemna niezgodność, wzajemne dopełnianie, wzajemna sprzeczność i logiczna niezależność	190
10. Dowodzenie I. Reguły \bulletWpr, \bulletElim, \rightarrowElim	194
10.1. Dowodzenie jako uporządkowane rozumowanie	194
10.2. System dedukcji naturalnej SD	196
10.3. Reguła \bullet Elim (reguła opuszczania koniunkcji)	198
10.4. Reguła \bullet Wpr (reguła dołączania koniunkcji)	199
10.5. Przykłady dowodów	201
10.6. Reguła \rightarrow Elim (reguła opuszczania implikacji)	206
10.7. Reguły inferencji stosują się tylko do swobodnie stojących zdań	208
10.8. Dalsze przykłady dowodów	210
11. Dowodzenie II. Reguły \equivElim, \veeWpr, MTP	217
11.1. Reguła \equiv Elim (reguła opuszczania równoważności)	217
11.2. Przykłady dowodów	219
11.3. Reguła \vee Wpr (reguła dołączania alternatywy)	223
11.4. Jeszcze jeden przykład dowodu z regułą \vee Wpr	228
11.5. Reguła wtórna MTP (<i>modus tollendo ponens</i>)	230
11.6. Przykłady dowodów z zastosowaniem reguły MTP	232
12. Dowodzenie III. Reguły \rightarrowWpr, R	237
12.1. Intuicje	237
12.2. Subderywacje	239
12.3. Reguła \rightarrow Wpr (reguła dołączania implikacji)	240
12.4. Przykłady prostych dowodów z zastosowaniem reguły \rightarrow Wpr	243
12.5. Subderywacje subderywacji	247
12.6. Reguła R (reguła reiteracji)	248
12.7. Przykłady dowodów z zagnieżdżającymi się subderywacjami	252
12.8. Dalsze przykłady dowodów	257
12.9. Dowodzenie a subderywacje	259
13. Dowodzenie IV. Reguły \equivWpr, \veeElim, \simWpr, \simElim	262
13.1. Reguła \equiv Wpr (reguła dołączania równoważności)	262
13.2. Przykłady prostych dowodów z zastosowaniem reguły \equiv Wpr	264
13.3. Reguła \vee Elim (reguła opuszczania alternatywy)	266
13.4. Przykłady prostych dowodów z zastosowaniem reguły \vee Elim	268
13.5. Reguła \sim Wpr (reguła dołączania negacji)	272
13.6. Przykłady prostych dowodów z zastosowaniem reguły \sim Wpr	274
13.7. Reguła \sim Elim (reguła opuszczania negacji)	276
13.8. Przykłady prostych dowodów z zastosowaniem reguły \sim Elim	278
13.9. Trzy strategie dowodzenia	281
14. Dowodzenie V. Wynikanie logiczne, równoważność logiczna, dowodzenie tautologii	283
14.1. Wynikanie logiczne	283
14.2. Zdania równoważne logicznie	284
14.3. Dowodzenie tautologii	288
15. Dowodzenie VI. Wtórne reguły wnioskowania i reguły podstawiania	292
15.1. Wtórne reguły wnioskowania	292
15.2. Reguły wnioskowania a reguły podstawiania	294
15.3. Reguły podstawiania	294
Zakończenie. Ograniczenia logiki zdań	298
Rozwiązania ćwiczeń	300
Skorowidz	408
Reguły systemu SD	411

W nauczaniu logiki chodzi o to,
by to, co logiczne –
– logiczne się wydawało.

(Anonimowy student)

PRZEDMOWA. JAK NAUCZYĆ SIĘ LOGIKI

Dla kogo jest napisana ta książka

Jeżeli odpowiecie na choć jedno z poniższych pytań pozytywnie, to książka ta może Wam pomóc w nauczaniu się logiki.

- TAK NIE Czy lubicie krzyżówki, łamigłówki lub zabawy logiczne?
- TAK NIE Czy kiedykolwiek na wykładzie/konwersatoriach logiki lub po przeczytaniu podręcznika logiki mieliście wrażenie, że rozumiecie wszystko (lub prawie wszystko), a byliście bezradni przy rozwiązywaniu zadań lub na egzaminach?
- TAK NIE Czy odczuwacie niechęć do symboli matematycznych?

Logika nie gryzie. Samouczek logiki zdań (dalej posługiwać się będziemy skróconym tytułem ‘*Samouczek*’) nie jest tradycyjnym podręcznikiem logiki – ma raczej taki podręcznik uzupełnić. *Samouczek* jest przygotowany dla odbiorców, którzy nie mają umysłów formalnych (tj. dla przytłaczającej większości społeczeństwa). Posiadanie umysłowości formalnej różni się od bycia inteligentnym. Często bardzo inteligentni – nawet zdecydowanie wyróżniający się – studenci z trudem zdają logikę na ocenę dobrą. Natomiast *Samouczek* pozwala nawet studentom o średniej 3,0 uzyskać ocenę bardzo dobrą – pod warunkiem, że stosują się ściśle do zaleceń.

„Jak pływać?”, czyli metoda *Samouczka*

Dwie myśli leżą u podstaw *Samouczka*. Pierwsza z nich to przekonanie o tym, że wykład jest najgorszą możliwą formą nauczania logiki na etapie wstępnym. Dzieje się tak dlatego, że w nauczaniu logiki na etapie wstępnym chodzi przede wszystkim o wykształcenie pewnych umiejętności, a mianowicie umiejętności precyzyjnego i logicznego myślenia, umiejętności dowodzenia itd. Wykład nie jest forum, na którym można uczyć umiejętności. – Nauka logiki jest jak nauka pływania. Wykład, na którym wykładowca choćby w najbardziej porywający i dowcipny sposób szczegółowo opisywałby, jak się pływa – które mięśnie i w jakiej kolejności się zginają, a które rozkurczają – musi się wydać nie tylko nudny, ale też nieskuteczny. Student rzucony pod koniec semestru do głębokiej wody po prostu utonie. To samo dzieje się na wykładach logiki, które wydają się przeciętnym – niezainteresowanym materiałem – studentom nudne jak flaki z olejem. Na dodatek większość studentów tonie na egzaminie końcowym.

Pływanie nie naucza się oczywiście na wykładach, lecz na basenie, gdzie adepci ćwiczą, ćwiczą, ćwiczą pod instruktą. Zgadliście! Metoda *Samouczka* polega na ćwiczeniu, ćwiczeniu, ćwiczeniu pod instruktą *Samouczka*. *Samouczek* ma pełnić rolę bardziej osobistego trenera niż wykładowcy.

Dochodzimy w ten sposób do drugiej myśli, na której oparty jest *Samouczek*, a mianowicie przekonania o tym, że to Wy musicie się logiki nauczyć – sami! *Samouczek* ma za zadanie w tym Wam tylko pomóc. To, że to sami musicie się nauczyć logiki, jest być może prawdą oczywistą, ale nie w pełni ją doceniamy. Jeśli natomiast chodziliście już na wykłady logiki i nie byliście jej potem w stanie zdać albo zdawaliście ją źle, albo byliście sfrustrowani – „niby tak mało materiału, ale jak się tego nauczyć?” – to potraficie docenić, że ta myśl nie jest aż tak banalna, jak się wydaje.

Na przekonaniu, że to studenci muszą się uczyć – a nie być nauczani – jest oparty najlepszy system edukacji wyższej, a mianowicie system oksfordzki. W Oksfordzie bowiem nie ma wykładów kursowych, na których studentem wlewa się wiedzę, którą oni muszą następnie wylać na egzaminie. Zamiast na wykłady i konwersatoria studenci uczęszczają na tzw. tutoriale – dwa w trymestrze. Taki tutorial jest zwykle poświęcony jakiejś dziedzinie, np. psychologii społecznej, psychologii wychowawczej, wprowadzeniu do logiki, logice zaawansowanej, itp. Składa się on z ośmiu cotygodniowych

spotkań z tutorem, na które student opracowuje materiał (czyta od 100 do 400 stron – w zależności od przedmiotu) oraz pisze esej krytycznie przedstawiający dany segment materiału. Na spotkaniu z tutorem esej ten jest czytany i dyskutowany. Wyjaśniane są wątpliwości i nieporozumienia. Toczy się dyskusja. Oprócz tego studenci mogą, ale nie muszą chodzić na wykłady, które są wykładami ponadobowiązkowymi, a bardzo często jest tak, że nie są oferowane wykłady z tematu danego tutorialu. Studenci są sam na sam z wiedzą zawartą w książkach i specjalistycznych artykułach. Muszą sami zdobyć wiedzę, z której są rozliczani dopiero pod koniec studiów – na bardzo trudnych egzaminach.

Samouczek ma pomóc Wam wykształcić podstawowe pojęcia i umiejętności logiczne, które – choć zawarte w podręcznikach logiki – są umysłem nieformalnym zwykle niedostępne.

Jak używać *Samouczka*?



Porada babuni

Jeżeli tej sekcji nie potraktujecie poważnie, logiki się nie nauczycie!

Aby z *Samouczka* nie skorzystać, wystarczy go przeczytać od deski do deski. Po takim przeczytaniu będziecie wiedzieć z logiki dokładnie nic. (Poza tym zanudzicie się na śmierć, a czasem będziecie poirytowani). Słowem: będziecie tak szczupli, jak po przeczytaniu książeczki o tym, jak schudnąć.

Podobnie, jak przeczytanie książeczki o tym, jak schudnąć nie przyczyni się do schudnięcia, tak samo przeczytanie *Samouczka* nie przyczyni się do opanowania logiki. Możecie marzyć o schudnięciu tylko wówczas, gdy zastosujecie się do proponowanej metody. (A schudniecie, jeśli w dodatku ta metoda jest dobra). Metoda proponowana w *Samouczku* jest dobra, ale nauczycie się z niej logiki *tylko* wtedy, gdy zastosujecie się do poleceń. Dotyczy to w szczególności ćwiczeń – i nie jedynie tego, by je wykonywać, lecz również tego, by wykonywać je w określonej kolejności i w odpowiednim czasie, oraz tego, by *sprawdzać*, czy ćwiczenia zostały wykonane poprawnie. Nie zawsze takie pedantyczne stosowanie się do poleceń będzie konieczne (choć w rozdziałach z dowodzeniem – będzie konieczne), lecz za wszelkie odstępstwa sami ponosite odpowiedzialność!

Samouczek obfituje w ćwiczenia, ale i w rozwiązania do nich. Czasem ogarnie Was pokusa by – zamiast przerabiać kolejne ćwiczenia – po prostu *dogłębnie* przestudiować rozwiązania ćwiczeń. W rezultacie jednak *nic* się nie nauczycie. To byłoby trochę tak, jak przyglądanie się temu, jak skutecznie dieta działa na koleżance. Nauka logiki jest nauką na własnych błędach. Z tego, że ktoś potrafi schudnąć, czy też rozwiązać ćwiczenia, nie wynika wszakże, że Wy to potraficie. Pamiętajcie, że w ćwiczeniach chodzi o wykształcenie umiejętności. Nie ma tu dróg na skróty.

Ćwiczenia są skonstruowane tak, by ich wykonywanie było intelektualnie przyjemne, ale nie-nadwężające. Należy o nich myśleć jako o rodzaju łamigłówek. Dlatego też *Samouczek* jest formą zeszytu, do którego należy wpisywać rozwiązania. Ćwiczenia są rozpisane w ten sposób m.in. po to, żebyście nie mieli wymówki, że nie macie czasu na przepisywanie danych i rozwiązywanie ćwiczeń. Z podobnego powodu również rozwiązania ćwiczeń występują w postaciach jak najbardziej przyjaznych dla oka – m.in. po to, żebyście łatwo mogli sprawdzić, czy ćwiczenia są wykonane poprawnie.

Drugim powodem dla mało oszczędnego, lecz za to graficznie bardziej przejrzystego ułożenia ćwiczeń jest to, że nauczenie się logiki – w szczególności nauczenie się dowodzenia – jest związane z nauczeniem się rozpoznawania pewnych złożonych struktur. Nie nauczycie się dowodzić, jeżeli nie będziecie „widzieć” odpowiednich podstruktur w strukturach złożonych; a jedynym sposobem nauczenia się tego jest przyzwyczajanie oka do ich rozpoznawania. Po to właśnie te ćwiczenia – w takiej, a nie innej aranżacji.

Geneza i źródła *Samouczka*

Samouczek powstał dzięki przypadkowi. W roku 2000 dyrektor Instytutu Filozofii University of Southern Mississippi, prof. Forrest Wood, poprosił mnie o poprowadzenie kursu logiki wyłącznie *on-line*, którego podstawowymi odbiorcami mieli być przyszli studenci pielęgniarstwa o bardzo złym poziomie przygotowania formalnego. Moją pierwszą myślą było, że taki kurs jest niemożliwy. Kurs jednak powstał i nie tylko nauczył przyszłych pielęgniarzy i przyszłe pielęgniarki logiki, lecz również nauczył mnie jej uczyć.

Samouczek wyrósł z tych doświadczeń, a jego pierwowzorem były materiały kursowe, z których korzystali studenci USM we własnym zakresie – nie ma bowiem formalnych wykładów w kursach prowadzonych wyłącznie *on-line*. Oni musieli przejąć odpowiedzialność za swoje wykształcenie, a moim zadaniem było tylko stworzyć optymalne do tego warunki. Jest to w istocie cały sekret metody, na której oparty jest *Samouczek*.

Niebagatelnym krokiem w rozwoju tej metody było uświadomienie sobie, że nauczanie logiki powinno się wzorować na nauczaniu języka obcego (o czym pisałam w „Teaching Logic as a Foreign Language On-Line”, *Teaching Philosophy* 27, 2004: 117-125). W nauczaniu języka obcego chodzi o wypracowanie w umyśle pewnych struktur głównie składniowych, a wypracowuje się je poprzez powtarzanie tychże struktur. Dlatego też *Samouczek* obfituje w ćwiczenia nietrudne i wolno eskaluje ich trudność.

W miarę jak zdobywałam doświadczenie i widziałam, jak studenci przyjmowali *Samouczek*, starałam się w kolejnych jego wersjach zapobiegać problemom, jakie napotykali. Korzystałam przy tym z pomysłów obecnych w rozmaitych – znakomitych pod różnymi względami – podręcznikach logiki, m.in.

- Merrie Bergmann, Jamesa Moora, Jacka Nelsona, *The Logic Book* (New York, McGraw Hill, 1998) – z którego pochodzi system dowodzenia SD,
- Virginii Klenk, *Understanding Symbolic Logic* (Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2002) – który jest najprzystępniej napisanym podręcznikiem logiki, z jakim się zetknęłam, i z którego pochodzą niektóre rozstrzygnięcia dotyczące podziału materiału,
- Irvinga M. Copiego, Carla Cohena, *Introduction to Logic* (Upper Saddle River, NJ: Prentice Hall, 2002) – który zawiera innowatorskie ćwiczenia na dowodzenie,
- Barbary Stanosz, *Ćwiczenia z logiki* (Warszawa: PWN, 1998) – który również zawiera znakomite ćwiczenia,

a niebagatelną inspiracją były także podręczniki do nauczania wstępnego *Wesoła szkoła*, z których korzystały moje córeczki.

Uwaga o symbolach spójników zdaniowych

Symboli spójników zdaniowych jest tak wiele, jak wiele jest podręczników. Często wybór symboli spójników jest podyktowany względami quasi-merytorycznymi. W ten sposób na przykład elegancko jest wybrać symbole: \sim , \wedge , \vee , \rightarrow i \leftrightarrow odpowiednio dla negacji, koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności, a później na potrzeby logiki kwantyfikatorów dobrać symbole \wedge i \forall dla kwantyfikatora ogólnego i szczegółowego. Taki dobór podkreśla na przykład zależność między implikacją a równoważnością, czy między koniunkcją (alternatywą) a kwantyfikatorem ogólnym (szczegółowym).

Jednakże w podstawowym podręczniku logiki względy elegancji muszą ustąpić względem pedagogicznym. Dobór symboli w *Samouczku* jest podyktowany przede wszystkim tym, aby symbole jak najbardziej różniły się między sobą, a nie tym, by siebie przypominały tam, gdzie takie przypomnienie jest uzasadnione w taki czy inny sposób. Dlatego przyjmujemy symbole \sim , \bullet , \vee , \rightarrow i \equiv odpowiednio dla negacji, koniunkcji, alternatywy, implikacji i równoważności. Taki dobór ma owocować m.in. tym, że na przykład prawa dystrybucji będą bardziej przejrzyste dla oka. Wystarczy porównać ich zapisy (w lewej kolumnie zapis, gdzie symbol koniunkcji jest odwróconym symbolem alternatywy, a w prawej kolumnie znaki te znacznie się różnią kształtem):

$$[(p \vee q) \wedge r] \equiv [(p \wedge r) \vee (q \wedge r)]$$

$$[(p \vee q) \bullet r] \equiv [(p \bullet r) \vee (q \bullet r)]$$

$$[(p \wedge q) \vee r] \equiv [(p \vee r) \wedge (q \vee r)]$$

$$[(p \bullet q) \vee r] \equiv [(p \vee r) \bullet (q \vee r)]$$

Podziękowania

Pragnę podziękować szerokim rzeszom studentów, którzy przechodzili przez różne stadia *Samouczka*, wychwytywali liczne błędy i uczulali mnie na rozmaite niedociągnięcia. Co prawda jedna studentka (bądź student) sądziła, że umieszczałam te błędy umyślnie w celach dydaktycznych, nie doceniała jednak trudów redagowania takich ćwiczeń. Mogę jedynie zagwarantować, że żaden umyślny błąd w tym wydaniu nie istnieje. Pozostaje mieć nadzieję, że wspólnymi siłami wykorzeniliśmy wszystkie inne, za co szczególnie dziękuję: Beacie Kędzierskiej, Agnieszce Modelewskiej, Monice Mościńskiej, Marcie Odrzywolskiej, Grzegorzowi Palce, Markowi Pustule, Katarzynie Późniak, Magdalenie Różyckiej, Joannie Ruszczak, Grażynie Świerad, Mariuszowi Wilkowi, a najsolennie Adrianowi Andrzejowi Ziółkowskiemu, który skrupulatnie wykonał wszystkie ćwiczenia, wyłapując sporo błędów, a także zasugerował szereg poprawek w ostatecznej wersji *Samouczka*.

Samouczek chciałabym zadedykować prawdziwym nauczycielom, z którymi dane mi było się zetknąć na różnych etapach mojej edukacji: pamięci Hanny Maszewskiej (Szkoła Podstawowa nr 69 w Poznaniu) – znakomitej nauczycielce matematyki, której w późniejszych latach wdzięczni za naukę byli nawet najbardziej jej niecierpiący słabeusze, Colinowi D.O. Jenkinsowi (Atlantic College, Walia) – wspinałemu nauczycielowi biologii, który nawet najbardziej romantyzującego ucznia potrafiłby przekonać, że wkuwanie bywa niekiedy pożyteczne i że nie musi być odtwórcze, Michaelowi Treismanowi (Oxford University) – psychologowi, który nie wahał się marnować swego czasu dla studentów tego pragnących, oraz Kennethowi Mandersowi (University of Pittsburgh) – filozofowi i historykowi matematyki, a także znakomitemu nauczycielowi logiki, którego niewykonalne prace domowe potrafiły tak wiele nauczyć.