Solutions to Workbook Exercises

Unit 11:

Natural Deduction Proofs (II)

≡Elim.I. Fill in the missing information:

1.	$C \equiv D$	Pr.
2.	C	Pr.
3.	D	$\equiv$Elim 1, 2

1.	$C \equiv D$	Pr.
2.	D	Pr.
3.	C	$\equiv$Elim 1, 2

1.	$B \equiv {\sim}D$	Pr.
2.	${\sim}D$	Pr.
3.	B	$\equiv$Elim 1, 2

1.	$(C \vee A) \equiv B$	Pr.
2.	$C \vee A$	Pr.
3.	B	$\equiv$Elim 1, 2

1.	$A \equiv (D \bullet B)$	Pr.
2.	$D \bullet B$	Pr.
3.	A	$\equiv$Elim 1, 2

1.	$M \equiv {\sim}{\sim}N$	Pr.
2.	${\sim}{\sim}N$	Pr.
3.	M	$\equiv$Elim 1, 2

1.	${\sim}A \equiv {\sim}B$	Pr.
2.	${\sim}A$	Pr.
3.	${\sim}B$	$\equiv$Elim 1, 2

1.	$A \bullet B$	Pr.
2.	${\sim}C \equiv (A \bullet B)$	Pr.
3.	${\sim}C$	$\equiv$Elim 1, 2

1.	$(A \rightarrow B) \equiv (C \equiv D)$	Pr.
2.	$C \equiv D$	Pr.
3.	$A \rightarrow B$	$\equiv$Elim 1, 2

1.	$A \equiv B$	Pr.
2.	A	Pr.
3.	B	$\equiv$Elim 1, 2

1.	A	Pr.
2.	$({\sim}D \equiv A) \bullet C$	Pr.
3.	${\sim}D \equiv A$	Pr.
4.	${\sim}D$	$\equiv$Elim 1,3

1.	${\sim}A \equiv {\sim}C$	Pr.
2.	${\sim}A \equiv D$	Pr.
3.	${\sim}C$	Pr.
4.	${\sim}A$	$\equiv$Elim 1, 3

drp@swps.edu.pl

1.	C	Pr.
2.	A	Pr.
3.	$[A \equiv (A \equiv B)] \equiv C$	Pr.
4.	$A \equiv (A \equiv B)$	$\equiv$Elim 1, 3

1.	$\sim D \equiv \sim C$	Pr.
2.	$A \equiv C$	Pr.
3.	$\sim C$	Pr.
4.	$\sim D$	$\equiv$Elim 1, 3

1.	$\sim(D \bullet A)$	Pr.
2.	$(\sim D \rightarrow A) \equiv C$	Pr.
3.	$\sim(D \bullet A) \equiv \sim C$	Pr.
4.	$\sim C$	$\equiv$Elim 1,3

1.	$A \equiv B$	Pr.
2.	$B \equiv C$	Pr.
3.	B	Pr.
4.	A	$\equiv$Elim 1, 3

1.	$(A \equiv B) \equiv C$	Pr.
2.	$\sim(B \equiv C)$	Pr.
3.	$A \equiv B$	Pr.
4.	C	$\equiv$Elim 1, 3

1.	$\sim A \equiv \sim C$	Pr.
2.	$A \equiv (D \rightarrow (A \equiv C))$	Pr.
3.	$D \rightarrow (A \equiv C)$	Pr.
4.	A	$\equiv$Elim 2,3

≡Elim.II. The following proofs are missing exactly one step to prove the conclusion (on the last line). Fill in the missing step, justify it and justify the last step::

1.	$(A \equiv B) \bullet C$	Pr.
2.	B	Pr.
3.	$A \equiv B$	$\bullet$Elim 1
4.	A	$\equiv$Elim 2,3

1.	$C \equiv B$	Pr.
2.	$B \bullet \sim A$	Pr.
3.	B	$\bullet$Elim 2
4.	C	$\equiv$Elim 1,3

1.	$B \equiv C$	Pr.
2.	$A \rightarrow B$	Pr.
3.	A	Pr.
4.	B	$\rightarrow$Elim 2,
5.	C	$\equiv$Elim 1,4

1.	$C \rightarrow B$	Pr.
2.	$\sim A \equiv B$	Pr.
3.	C	Pr.
4.	B	$\rightarrow$Elim 1,
5.	$\sim A$	$\equiv$Elim 2,4

1.	$A \equiv B$	Pr.
2.	$B \equiv C$	Pr.
3.	A	Pr.
4.	B	$\equiv$Elim 1,3
5.	C	$\equiv$Elim 2,4

1.	$A \equiv B$	Pr.
2.	$B \equiv C$	Pr.
3.	C	Pr.
4.	B	$\equiv$Elim 2,3
5.	A	$\equiv$Elim 1,4

≡Elim.III. The following proofs are missing exactly two steps to prove the conclusion (on the last line). Fill in the missing steps, justify them and justify the last step:

1.	(A ≡ B) • C	Pr.
2.	C • A	Pr.
3.	A ≡ B	•Elim 1
4.	A	•Elim 2
5.	B	≡Elim 3,4

1.	(A ≡ B) • C	Pr.
2.	B • D	Pr.
3.	A ≡ B	•Elim 1
4.	B	•Elim 2
5.	A	≡Elim 3,4

1.	B ≡ C	Pr.
2.	C ≡ D	Pr.
3.	A • B	Pr.
4.	B	•Elim 3
5.	C	≡Elim 1,4
6.	D	≡Elim 2,5

1.	B ≡ C	Pr.
2.	A ≡ B	Pr.
3.	D • C	Pr.
4.	C	•Elim 3
5.	B	≡Elim 1,4
6.	A	≡Elim 2,5

1.	B ≡ C	Pr.
2.	(A → C) • C	Pr.
3.	A ≡ B	Pr.
4.	C	•Elim 2
5.	B	≡Elim 1,4
6.	A	≡Elim 3,5

1.	(A ≡ B) ≡ (~C • A)	Pr.
2.	~C	Pr.
3.	A	Pr.
4.	~C • A	•Int 2,3
5.	A ≡ B	≡Elim 1,4
6.	B	≡Elim 3,5

≡Elim.IV. Prove that the indicated conclusion follows from the premises given:

Prove: C

1.	$A \equiv (B \equiv C)$	Pr.
2.	$A \equiv B$	Pr.
3.	A	Pr.
4.	B	≡Elim 2,3
5.	$B \equiv C$	≡Elim 1,3
6.	C	≡Elim 4,5

Prove: A

1.	$(A \equiv B) \equiv (B \equiv C)$	Pr.
2.	$B \equiv C$	Pr.
3.	C	Pr.
4.	B	≡Elim 2,3
5.	$A \equiv B$	≡Elim 1,2
6.	A	≡Elim 4,5

Prove: C

1.	$B \equiv (B \equiv C)$	Pr.
2.	$A \rightarrow (B \bullet D)$	Pr.
3.	A	Pr.
4.	$B \bullet D$	→Elim 2,3
5.	B	•Elim 4
6.	$B \equiv C$	≡Elim 1,5
7.	C	≡Elim 5,6

Prove: B • D

1.	$A \equiv B$	Pr.
2.	$C \equiv D$	Pr.
3.	$A \bullet C$	Pr.
4.	A	•Elim 3
5.	B	≡Elim 1,4
6.	C	•Elim 3
7.	D	≡Elim 2,6
8.	$B \bullet D$	•Int 5,7

Prove: A • C

1.	$A \equiv B$	Pr.
2.	$C \equiv D$	Pr.
3.	$B \bullet D$	Pr.
4.	B	•Elim 3
5.	A	≡Elim 1,4
6.	D	•Elim 3
7.	C	≡Elim 2,6
8.	$A \bullet C$	•Int 5,7

Prove: H

1.	$(\sim A \bullet C) \equiv (B \vee C)$	Pr.
2.	$H \equiv (B \vee C)$	Pr.
3.	$(\sim A \bullet D) \bullet C$	Pr.
4.	$\sim A \bullet D$	•Elim 3
5.	C	•Elim 3
6.	$\sim A$	•Elim 4
7.	$\sim A \bullet C$	•Int 6,5
8.	$B \vee C$	≡Elim 1, 7
9.	H	≡Elim 2,8

$\lor$**Int.I.a.** Apply the $\lor$Int rule by adding statement B:

1.	A	Pr.
2.	$A \to C$	Pr.
3.	$A \lor B$	$\lor$Int 1
4.	$B \lor A$	$\lor$Int 1

1.	A	Pr.
2.	$A \to C$	Pr.
3.	$(A \to C) \lor B$	$\lor$Int 2
4.	$B \lor (A \to C)$	$\lor$Int 2

1.	$\sim B$	Pr.
2.	$B \to B$	Pr.
3.	$(B \to B) \lor B$	$\lor$Int 2
4.	$B \lor (B \to B)$	$\lor$Int 2

1.	$\sim B$	Pr.
2.	$B \to B$	Pr.
3.	$\sim B \lor B$	$\lor$Int 1
4.	$B \lor \sim B$	$\lor$Int 1

1.	B	Pr.
2.	$A \lor C$	Pr.
3.	$B \lor B$	$\lor$Int 1
4.	$B \lor (A \lor C)$	$\lor$Int 2
5.	$(A \lor C) \lor B$	$\lor$Int 2

1.	$\sim A$	Pr.
2.	$A \equiv C$	Pr.
3.	$\sim A \lor B$	$\lor$Int 1
4.	$B \lor \sim A$	$\lor$Int 1
5.	$B \lor (A \equiv C)$	$\lor$Int 2
6.	$(A \equiv C) \lor B$	$\lor$Int 2

$\lor$**Int.I.b.** Apply the $\lor$Int rule by adding statement ~B:

1.	A	Pr.
2.	$A \to C$	Pr.
3.	$A \lor \sim B$	$\lor$Int 1
4.	$\sim B \lor A$	$\lor$Int 1

1.	A	Pr.
2.	$A \to C$	Pr.
3.	$(A \to C) \lor \sim B$	$\lor$Int 2
4.	$\sim B \lor (A \to C)$	$\lor$Int 2

1.	$\sim A$	Pr.
2.	$A \equiv C$	Pr.
3.	$\sim A \lor \sim B$	$\lor$Int 1
4.	$\sim B \lor \sim A$	$\lor$Int 1

1.	B	Pr.
2.	$A \lor C$	Pr.
3.	$B \lor \sim B$	$\lor$Int 1
4.	$\sim B \lor B$	$\lor$Int 1

1.	$\sim B$	Pr.
2.	$B \to B$	Pr.
3.	$\sim B \lor \sim B$	$\lor$Int 1

1.	$\sim B$	Pr.
2.	$B \to B$	Pr.
3.	$(B \to B) \lor \sim B$	$\lor$Int 2
4.	$\sim B \lor (B \to B)$	$\lor$Int 2

$\vee$Int.I.c. Apply the $\vee$Int rule by adding statement $\sim B \equiv A$:

1.	A	Pr.
2.	$A \rightarrow C$	Pr.
3.	$A \vee (\sim B \equiv A)$	$\vee$Int 1
4.	$(\sim B \equiv A) \vee A$	$\vee$Int 1

1.	$\sim A$	Pr.
2.	$A \equiv C$	Pr.
3.	$\sim A \vee (\sim B \equiv A)$	$\vee$Int 1
4.	$(\sim B \equiv A) \vee \sim A$	$\vee$Int 1

1.	A	Pr.
2.	$A \rightarrow C$	Pr.
3.	$(A \rightarrow C) \vee (\sim B \equiv A)$	$\vee$Int 2
4.	$(\sim B \equiv A) \vee (A \rightarrow C)$	$\vee$Int 2

1.	$\sim B$	Pr.
2.	$B \rightarrow B$	Pr.
3.	$(B \rightarrow B) \vee (\sim B \equiv A)$	$\vee$Int 2
4.	$(\sim B \equiv A) \vee (B \rightarrow B)$	$\vee$Int 2

$\vee$Int.II. The following proofs are missing exactly one step to prove the conclusion (on the last line). Fill in the missing step, justify it and justify the last step:

1.	A	Pr.
2.	$(A \vee B) \rightarrow C$	Pr.
3.	$A \vee B$	$\vee$Int 1
4.	C	$\rightarrow$Elim 2,3

1.	$(D \vee \sim B) \rightarrow A$	Pr.
2.	$\sim B$	Pr.
3.	$D \vee \sim B$	$\vee$Int 2
4.	A	$\rightarrow$Elim 1,3

1.	$\sim B$	Pr.
2.	$(A \vee \sim B) \rightarrow C$	Pr.
3.	$A \vee \sim B$	$\vee$Int 1
4.	C	$\rightarrow$Elim 2,3

1.	$(C \vee \sim B) \rightarrow (\sim A \vee \sim B)$	Pr.
2.	C	Pr.
3.	$C \vee \sim B$	$\vee$Int 1
4.	$\sim A \vee \sim B$	$\rightarrow$Elim 1,3

1.	A	Pr.
2.	$D \equiv (A \vee C)$	Pr.
3.	$A \vee C$	$\vee$Int 1
4.	D	$\equiv$Elim 2,3

1.	$\sim B$	Pr.
2.	$C \equiv (\sim A \vee \sim B)$	Pr.
3.	$\sim A \vee \sim B$	$\vee$Int 1
4.	C	$\equiv$Elim 2,3

1.	$(B \vee A) \equiv (C \vee D)$	Pr.
2.	A	Pr.
3.	$B \vee A$	$\vee$Int 2
4.	$C \vee D$	$\equiv$Elim 1,3

1.	$\sim A$	Pr.
2.	C	Pr.
3.	$C \vee A$	$\vee$Int 2
4.	$(C \vee A) \vee (C \vee D)$	$\vee$Int 3

1.	$\sim A$	Pr.
2.	C	Pr.
3.	$C \vee D$	$\vee$Int 2
4.	$B \vee (C \vee D)$	$\vee$Int 3

1.	$\sim A$	Pr.
2.	C	Pr.
3.	$C \vee B$	$\vee$Int 2
4.	$(C \vee B) \vee D$	$\vee$Int 3

$\vee$Int.III. The following proofs are missing exactly two steps to prove the conclusion (on the last line). Fill in the missing steps, justify them and justify the last step:

1.	$A \bullet B$	Pr.
2.	$(A \vee C) \rightarrow D$	Pr.
3.	A	•Elim 1
4.	$A \vee C$	∨Int 3
5.	D	→Elim 2, 4

1.	$\sim D \equiv (A \vee C)$	Pr.
2.	$C \bullet B$	Pr.
3.	C	•Elim 2
4.	$A \vee C$	∨ Int 3
5.	$\sim D$	≡Elim 1, 4

1.	A	Pr.
2.	C	Pr.
3.	$A \vee B$	∨Int 2
4.	$D \vee C$	∨Int 3
5.	$(A \vee B) \bullet (D \vee C)$	•Int 3, 4

1.	A	Pr.
2.	$A \rightarrow [(A \vee B) \rightarrow D]$	Pr.
3.	$(A \vee B) \rightarrow D$	→Elim 1, 2
4.	$A \vee B$	∨Int 1
5.	D	→Elim 3,4

1.	$(C \vee A) \rightarrow [D \equiv (C \vee A)]$	Pr.
2.	A	Pr.
3.	$C \vee A$	∨Int 2
4.	$D \equiv (C \vee A)$	→Elim 1, 3
5.	D	≡Elim 3, 4

1.	A	Pr.
2.	$(C \vee A) \rightarrow B$	Pr.
3.	$C \vee A$	∨Int 1
4.	B	→Elim 2, 3
5.	$B \vee C$	∨Int 4

$\vee$Int.IV. Prove that the indicated conclusion follows from the premises given:

Prove: $\sim C$

1.	$(A \vee B) \rightarrow D$	Pr.
2.	$(\sim E \vee D) \rightarrow \sim C$	Pr.
3.	A	Pr.
4.	$A \vee B$	∨Int 3
5.	$C \vee D$	→Elim 1,4
6.	$\sim E \vee A$	∨Int 3
7.	$\sim C$	→Elim 2,6

Prove: $[(A \vee B) \vee C] \bullet (D \vee A)$

1.	A	Pr.
2.	$\sim B$	Pr.
4.	$(A \vee B) \vee C$	∨Int 3
5.	$D \vee A$	∨Int 1
5.	$D \vee A$	∨Int 1
5.	$D \vee A$	∨Int 1
6.	$[(A \vee B) \vee C] \bullet (D \vee A)$	•Int 4,5

D.S.I. Fill in the missing information:

1.	A ∨ B	Pr.
2.	~B	Pr.
3.	A	D.S. 1,2

1.	A ∨ B	Pr.
2.	~A	Pr.
3.	B	D.S. 1,2

1.	C ∨ B	Pr.
2.	~B	Pr.
3.	C	D.S. 1,2

1.	~A ∨ ~B	Pr.
2.	~~B	Pr.
3.	~A	D.S. 1,2

1.	~A ∨ (B • C)	Pr.
2.	~(B • C)	Pr.
3.	~A	D.S. 1,2

1.	(A → C) ∨ B	Pr.
2.	~B	Pr.
3.	A → C	D.S. 1,2

1.	A ∨ ~B	Pr.
2.	~~B	Pr.
3.	A	D.S. 1,2

1.	~A	Pr.
2.	~~B ∨ A	Pr.
3.	~~B	D.S. 1,2

1.	~C ∨ B	Pr.
2.	~B	Pr.
3.	~C	D.S. 1,2

1.	~C ∨ B	Pr.
2.	~~C	Pr.
3.	B	D.S. 1,2

1.	~D ∨ ~A	Pr.
2.	~~A	Pr.
3.	~D	D.S. 1,2

1.	~C ∨ ~D	Pr.
2.	~~B	Pr.
3.	~C	D.S. 1,2

1.	~A ∨ (B • C)	Pr.
2.	~(B • C)	Pr.
3.	~A	D.S. 1,2

1.	~A ∨ (B • C)	Pr.
2.	~~A	Pr.
3.	B • C	D.S. 1,2

1.	~A	Pr.
2.	~~B ∨ A	Pr.
3.	~~B	D.S. 1,2

1.	~A	Pr.
2.	~~B	Pr.
3.	A ∨ ~B	Pr.
4.	~B	D.S. 1,3
5.	A	D.S. 2,3

D.S.II. The following proofs are missing exactly one step to prove the conclusion (on the last line). Fill in the missing step, justify it and justify the last step:

1.	~D	Pr.
2.	(C ∨ D) ∨ D	Pr.
3.	C ∨ D	D.S. 1,2
4.	C	D.S. 1,3

1.	~A • ~B	Pr.
2.	B ∨ D	Pr.
3.	~B	•Elim 1
4.	D	D.S. 2,3

1.	~B	Pr.
2.	~B → (A ∨ B)	Pr.
3.	A ∨ B	→Elim 1,
4.	A	D.S. 1,3

1.	(~B ∨ ~A) ≡ ~~A	Pr.
2.	~~A	Pr.
3.	~B ∨ ~A	≡Elim 1, 2
4.	~B	D.S. 2,3

D.S.III. The following proofs are missing exactly two steps to prove the conclusion (on the last line). Fill in the missing steps, justify them and justify the last step:

1.	~D ≡ (A ∨ D)	Pr.
2.	~D • B	Pr.
3.	~D	•Elim 2
4.	A ∨ D	≡Elim 1,3
5.	A	D.S. 3,4

1.	[~A → (D ∨ A)] ∨ A	Pr.
2.	~A	Pr.
3.	~A → (D ∨ A)	D.S. 1,2
4.	D ∨ A	→Elim 2,3
5.	D	D.S. 2,4

1.	[(A ∨ B) ∨ C] ∨ C	Pr.
2.	~C • ~B	Pr.
3.	~C	•Elim 2
4.	(A ∨ B) ∨ C	D.S. 1,3
5.	A ∨ B	D.S. 3,4

1.	B ∨ (A ∨ B)	Pr.
2.	~B	Pr.
3.	A ∨ B	D.S. 1,2
4.	A	D.S. 2,3
5.	D ∨ A	∨Int 4

D.S.IV. Prove that the indicated conclusion follows from the premises given:

(a) Prove that C

1.	$D \rightarrow (A \vee C)$	Pr.
2.	$D \bullet {\sim}A$	Pr.
3.	D	•Elim 2
4.	$A \vee C$	→Elim 1,3
5.	${\sim}A$	•Elim 2
6.	C	DS 4,5

(b) Prove that ~Z

1.	$F \rightarrow (G \bullet {\sim}H)$	Pr.
2.	${\sim}Z \vee H$	Pr.
3.	F	Pr.
4.	$G \bullet {\sim}H$	→Elim 1,3
5.	${\sim}H$	•Elim 4
6.	${\sim}Z$	DS 2,5

(c) Prove: B

1.	C	Pr.
2.	${\sim}A \equiv ({\sim}D \vee C)$	Pr.
3.	$(C \vee D) \rightarrow (A \vee B)$	Pr.
4.	$C \vee D$	∨Int 1
5.	$A \vee B$	→Elim 3,4
6.	${\sim}D \vee C$	∨Int 1

(d) Prove: ~B

1.	$(D \vee A) \vee [A \vee ({\sim}B \vee A)]$	Pr.
2.	${\sim}A \rightarrow {\sim}(D \vee A)$	Pr.
3.	${\sim}A \bullet C$	Pr.
4.	${\sim}A$	•Elim 3
5.	${\sim}(D \vee A)$	→Elim 2, 4
8.	${\sim}B$	D.S. 7, 4

(e) Prove that C

1.	$({\sim}A \bullet {\sim}B) \rightarrow C$	Pr.
2.	$({\sim}A \vee D) \bullet ({\sim}B \vee D)$	Pr.
3.	${\sim}D$	Pr.
4.	${\sim}A \vee D$	•Elim 2
5.	${\sim}A$	DS 4,3
6.	${\sim}B \vee D$	•Elim 2
7.	${\sim}B$	DS 4,3
8.	${\sim}A \bullet {\sim}B$	•Int 5,7
9.	C	→Elim 1,8

(f) Prove that Z

1.	$(A \vee B) \vee ({\sim}T \vee W)$	Pr.
2.	$(T \vee Z) \vee (A \vee B)$	Pr.
3.	${\sim}W \bullet {\sim}(A \vee B)$	Pr.
4	${\sim}(A \vee B)$	•Elim 3
5	$T \vee Z$	DS 2, 4
6	${\sim}T \vee W$	DS 1, 4
7.	${\sim}W$	•Elim 3
8.	${\sim}T$	DS 6, 7
9.	Z	DS 5, 8

(g) Prove that ~D

1.	$(A \bullet B) \rightarrow {\sim}C$	Pr.
2.	$C \vee {\sim}D$	Pr.
3.	$(A \vee G) \rightarrow B$	Pr.
4.	$E \bullet A$	Pr.
5	A	•Elim 4
6.	$A \vee G$	∨Int 5
7.	B	→Elim 3,6
8.	$A \bullet B$	•Int 5,7
9.	${\sim}C$	→Elim 1, 8
10.	${\sim}D$	DS 2, 9

(h) Prove that ~H

1.	$F \rightarrow (G \rightarrow {\sim}H)$	Pr.
2.	$(F \bullet {\sim}W) \rightarrow (G \vee T)$	Pr.
3.	$F \bullet {\sim}T$	Pr.
4.	${\sim}W \vee T$	Pr.
5.	F	•Elim 3
6.	$G \rightarrow {\sim}H$	→Elim 1, 5
7.	${\sim}T$	•Elim 3
8.	${\sim}W$	DS 4,7
9.	$F \bullet {\sim}W$	•Int 5,8
10.	$G \vee T$	→Elim 2, 9
11.	G	DS 10,7
12	${\sim}H$	→Elim 6,11

(i) Prove that R

1.	$P \equiv (Q \rightarrow (R \vee S))$	Pr.
2.	$P \bullet Q$	Pr.
3.	$\sim S \vee T$	Pr.
4.	$\sim T \vee \sim W$	Pr.
5.	$\sim\sim W$	Pr.
6	P	•Elim 2
7	$Q \rightarrow (R \vee S)$	≡Elim 1, 6
8	Q	•Elim 2
9	$R \vee S$	→Elim 7,8
10	$\sim T$	DS 4,5
11	$\sim S$	DS 3,10
12	R	DS 9,11

(j) Prove that ~D

1.	$A \rightarrow (\sim B \vee C)$	Pr.
2.	$\sim B \rightarrow (F \vee G)$	Pr.
3.	$(G \bullet \sim H) \rightarrow (\sim D \vee B)$	Pr.
4.	$(A \bullet \sim C) \vee H$	Pr.
5.	$\sim H \bullet \sim F$	Pr.
6.	$\sim H$	•Elim 5
7.	$A \bullet \sim C$	DS 4,6
8.	A	•Elim 7
9.	$\sim B \vee C$	→Elim 1,8
10.	$\sim C$	•Elim 7
11.	$\sim B$	DS 9,10
12	$F \vee G$	→Elim 2, 11
13	$\sim F$	•Elim 5
14	G	DS 12,13
15	$G \bullet \sim H$	•Int 14, 6
16	$\sim D \vee B$	→Elim 3, 15
17	$\sim D$	DS 16, 11